

CAPÍTULO 8

CORTO CIRCUITO (FALLAS SIMÉTRICAS Y ASIMÉTRICAS)

8.1 Introducción

Una falla es cualquier evento que interfiere con el flujo normal de corriente, que ocasiona en el sistema un punto de operación fuera de lo normal. Este nuevo punto de operación tendrá que ser superado de una manera rápida a través del sistema de protecciones, de lo contrario podría llevar a que en el sistema se presente una salida parcial o total en el parque generador.

La mayoría de fallos en líneas de 115 KV o mayores son originados por descargas atmosféricas. El fallo en el sistema se origina por la trayectoria a tierra que es creada por la descarga atmosférica y la cual es descargada a través de la torre de transmisión.

Al establecerse un camino entre el conductor y la torre se produce un flameo entre estos, lo cual es consecuencia de la diferencia de tensión creado por la descarga atmosférica, entre el conductor y la torre aterrizada que lo sostiene. La gran diferencia de tensión entre el conductor y la torre origina la ionización del aire entre estos, conformándose así la trayectoria a tierra para la carga inducida por la descarga atmosférica.

Una vez establecido el paso a tierra por la baja impedancia resultante, la falla es alimentada por el sistema (que comprenden todos los elementos con capacidad de entregar energía como son los generadores sincrónicos, los generadores asíncronos, los accionamientos alimentados por convertidores estáticos, los motores sincrónicos y los motores asíncronos).

Después de presentarse la falla actúa el sistema de protecciones, con el fin de cortar el suministro de energía al punto de fallo. Con el corte de suministro al punto de fallo se extingue el camino formado entre el conductor y la torre. Lo anterior se debe a la desionización del aire entre estos dos puntos.

Por lo general, los interruptores se reconectan (cierre de contactos) en un intervalo de aproximadamente 20 ciclos para que se lleve a cabo la desionización, sin que se restablezca el arco. La experiencia en la operación de líneas de transmisión muestra que una reconexión ultrarrápida de los interruptores resulta exitosa después de ocurrir la mayoría de las fallas.

Cuando no es así, frecuentemente se trata de fallas permanentes, en las que no es posible la reconexión.

Cuando el corto circuito es de larga duración, los dispositivos de regulación tales como los reguladores de tensión y los reguladores de potencia-frecuencia, pueden tener una influencia considerable sobre los fenómenos transitorios. Si el corto circuito es lo suficientemente fuerte o el sistema de protecciones no actúa adecuadamente, el sistema puede ser conducido a un punto de operación inestable como consecuencia de la salida de algunos de los generadores o a un colapso total.

La duración del corto circuito depende sobre todo de los dispositivos de protección y de los aparatos de corte empleados en la red.

La ubicación del punto de corto circuito dentro de la red decide si las máquinas sincrónicas van a influir más o menos sobre el desarrollo de la falla.

Además de la anterior, existen otros tipos de fallas que originan interrupciones transitorias o prolongadas en el servicio de energía eléctrica, tales como:

- Acciones de vandalismo,
- pérdidas de aislamiento, - averías en los pararrayos,
- fallas humanas, - aisladores rotos, - factores ambientales,
- defectos en las torres, - falsa sincronización,
- averías en los elementos de sujeción,
- cortos producidos por animales y ramas,
- colisión de conductores debido a vientos fuertes, etc.

Entre las fallas permanentes se tiene aquellas que son causadas por líneas que caen a tierra, por cadena de aisladores que se rompen debido a las cargas de hielo, por daños permanentes en las torres y por fallas de los apartarrayos.

La experiencia ha mostrado que entre el 70 y 80% de las fallas en las líneas de transmisión son fallas monofásicas a tierra (o línea a tierra). Aproximadamente en el 5% de las fallas intervienen las tres fases con o sin tierra (fallas trifásicas simétricas). Otras fallas son Línea - Línea y Línea - Línea - Tierra. Con excepción de la trifásica, todas las fallas anteriores originan un desbalance entre las fases y por tanto se les llama fallas asimétricas.

Otro tipo de fallo de menor severidad es el denominado fallo serie y es el resultado de una inapropiada operación de los interruptores al no presentar un cierre simultáneo los tres polos quedando sin cerrar una o dos de las fases. También podrá presentarse por el rompimiento de uno o dos conductores sin considerar el efecto por contacto a tierra.

Las corrientes que fluyen en las diferentes partes de un sistema de potencia inmediatamente después de que ocurre una falla difieren de aquellas que fluyen unos ciclos más tarde justo antes

de que los interruptores sean llamados a abrir. Todas estas corrientes difieren ampliamente de las corrientes que fluirían en las condiciones de estado estable.

Dos de los factores de los que depende la selección apropiada de los interruptores son la corriente que fluye inmediatamente después de que la falla ocurre y la corriente que el interruptor debe interrumpir. En el análisis de fallas se calculan los valores de esas corrientes para los diferentes tipos de fallas en varios puntos del sistema. Estos resultados son usados tanto en la operación como en el planeamiento de los sistemas de potencia, en la selección de interruptores, coordinación y calibración de los equipos protecciones entre otros.

8.2 Efecto de los corto circuitos en la red

Como los corto circuitos son situaciones anormales, interesaría evitarlos por completo, como esto no es posible evitar, se intenta controlarlos y aminorar en lo posible sus efectos, por lo tanto de debe contar con un sistema de protección apropiado, que sea lo suficientemente sensible y rápido, que identifique adecuadamente el fallo y que lo aclare en el menor tiempo posible.

Entre los principales efectos del corto circuito estan:

- Corrientes muy elevadas que ocasionan:
 - . Calentamiento perjudicial en la red, lo cual disminuye el período de vida útil de los elementos del sistema al perder nivel de aislamiento en los equipos (devanados, conductores, etc), pudiendo llegar a fundirlos.
 - . Esfuerzos electromecánicos excesivos que pueden romper los aisladores de sujeción, o los propios conductores. En el caso de los transformadores presenta grandes esfuerzos en la bobinas que pueden ocasionar daños físicos en estas.
- Caída de tensión que puede producir:
 - . Desconexión de motores debido a la caída de contactores, etc.
 - . Efecto inverso de sobretensión se presenta en ciertos tipos de falla. Así en los cortocircuitos monofásicos a tierra, en los cuales dependiendo del grado de aterrizaje del sistema en el punto de falla se pueden originar aumentos en la tensión de las fases sanas.

- Riesgo para la estabilidad del sistema:

Los cortocircuitos amenazan con romper el sincronismo de los generadores del sistema, al producir un cambio sustancial en las condiciones operativas del sistema. Esto es ocasionado por las exigencias de energía que el corto efectúa a los generadores del sistema. Estas exigencias dependen de las distancias del generador al punto del corto, así, los mas cercanos al punto de fallo contribuyen en mayor porcentaje a alimentar el fallo.

También se deberá tener en cuenta las consecuencias del arco eléctrico y su propagación.

8.3 Falla en un circuito R-L con fuentes sinusoidales y constantes

El tratamiento de las fallas eléctricas debe realizarse en función del tiempo, desde la ocurrencia del evento en un tiempo $= 0$, hasta su completa estabilización. El planteamiento teórico de la corriente de falla en el dominio del tiempo, debe hacerse usando ecuaciones diferenciales.

Con el propósito de ilustrar el comportamiento transitorio de la corriente $i(t)$, se estudia un circuito RL en serie con una fuente de voltaje, tal como se indica en la figura 8.1

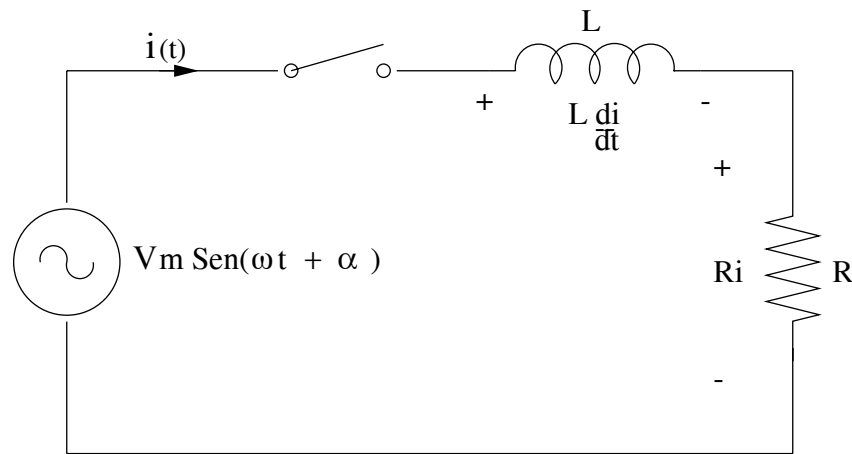


Figura 8.1: Circuito equivalente R-L

En el análisis de los sistemas eléctricos un modelo simplificado corresponde al equivalente de thevenin. A través de este equivalente puede ser estudiada la situación de este nodo, llevando en cuenta el efecto de toda red. El modelo del generador es desarrollado en estado subtransitorio, estado en el cual se estudia el corto circuito. Todos los equipos del sistema deben estar especificados para soportar valores transitorios y subtransitorios que pueden ocurrir durante la operación.

Con el objeto de ilustrar la situación transitoria de la corriente, se toma un circuito R-L que es un modelo simplificado de los equivalentes a que puedan llevarse los circuitos eléctricos en los sistemas de potencia.

Al aplicar la segunda ley de kirchhoff se cumple que: $V_m \text{Sen}(wt + \alpha) = Ri + L \frac{di}{dt}$;

(Ecuación diferencial homogénea de coeficientes constantes) donde: $V_m = \sqrt{2}V \text{ (rms)}$

La solución a la ecuación anterior es de la forma: $i(t) = i_h(t) + i_p(t)$

Siendo: $iR + L \frac{di}{dt} = 0$ (La respuesta transitoria - natural).

$i_p(t) = A \text{Sen}(wt + \alpha) + B \text{Cos}(wt + \alpha)$ (La respuesta forzada).

La solución de las corrientes $i_h(t)$ e $i_p(t)$ es de la forma:

$$i_h(t) = ke^{pt}$$

$$i_p(t) = A\text{Sen}(wt + \alpha) + B\text{Cos}(wt + \alpha)$$

Al solucionarlas se obtiene:

$$i_h(t) = ke^{-(R/L)t}$$

$$i_p(t) = \frac{V_m}{Z} [\text{Sen}(wt + \alpha - \phi)]$$

Sumando la respuesta natural y forzada se obtiene:

$$i(t) = ke^{-(R/L)t} + \frac{V_m}{Z} \text{Sen}(wt + \alpha - \phi)$$

Evaluando k para la condición inicial: $i(0^+) \Rightarrow$ en $t = 0$; $V = V_{max} \text{Sen}(wt + \alpha)$

$$k = -\frac{V_m}{Z} \text{Sen}(\alpha - \phi)$$

Reemplazando k se observa que existe una variación senoidal que disminuye exponencialmente con el tiempo, tal como se presenta a continuación:

$$i(t) = \frac{V_m}{Z} [\overbrace{\text{Sen}(wt + \alpha - \phi)} - \overbrace{\text{Sen}(\alpha - \phi)e^{-t/\tau}}]$$

Siendo $Z = \sqrt{R^2 + w^2 L^2}$, $\phi = \text{Arctang}(wL/R)$ y $\tau = L/R$

Interpretación de la ecuación

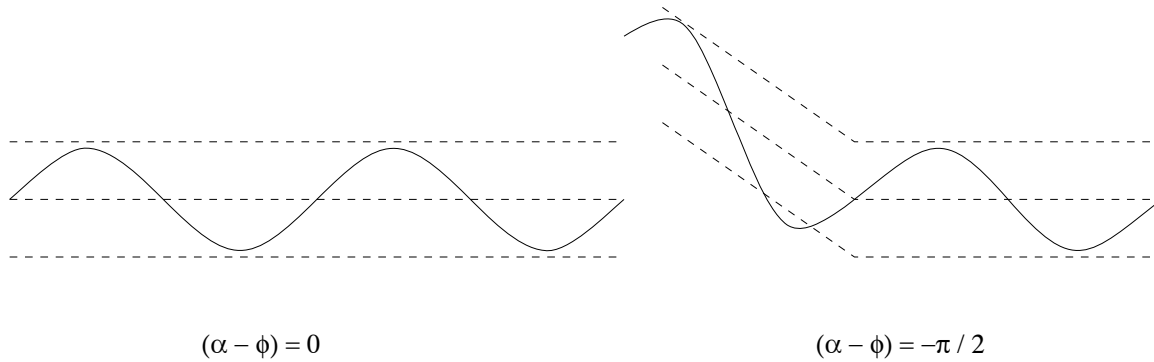


Figura 8.2: Comportamiento de la corriente en un circuito R-L

En una máquina síncrona, el flujo a través del entrehierro no es el mismo en el instante en el que ocurre el corto circuito que el de unos pocos ciclos más tarde. El cambio de flujo está determinado por la acción combinada del campo, la armadura y los devanados amortiguadores o partes de acero del rotor cilíndrico.

Después de que ocurre la falla, los periodos subtransitorios, transitorios y de estado permanente se caracterizan por la reactancia subtransitoria X_d'' , la reactancia transitoria X_d' y la reactancia de estado permanente X_d respectivamente. Son el resultado de modelar la máquina síncrona para los estados transitorio, subtransitorio y de estado estable.

El mayor valor de la corriente se presenta en la etapa subtransitoria, así que las reactancias

tienen valores crecientes (esto es, $X_d'' < X_d' < X_d$) y las componentes correspondientes de corrientes de corto circuito tienen magnitudes decrecientes ($|I''| > |I'| > |I|$). Al quitar la componente de cd, la corriente rms simétrica inicial es el valor rms o eficaz de la componente de ca de la corriente de falla inmediatamente después de que ocurre la falla.

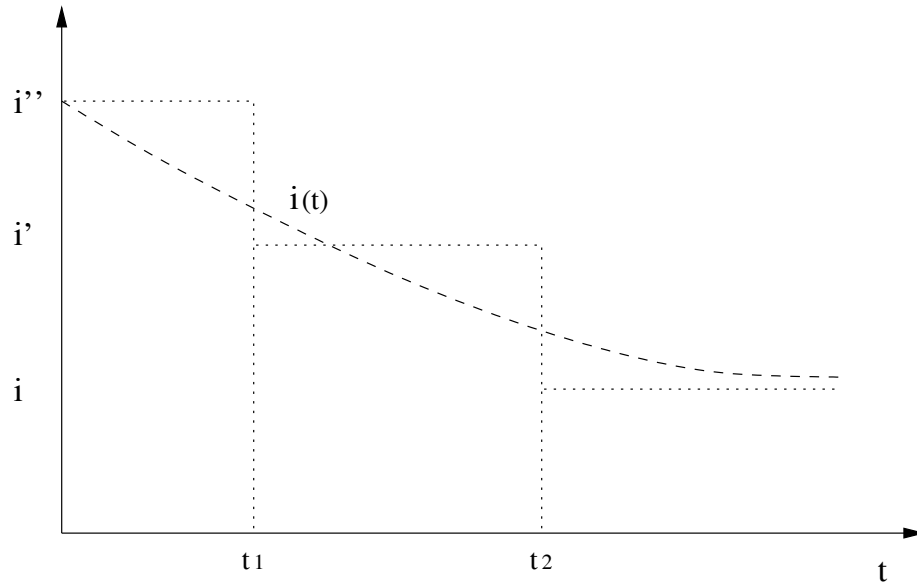


Figura 8.3: Curva corriente vs tiempo para una falla

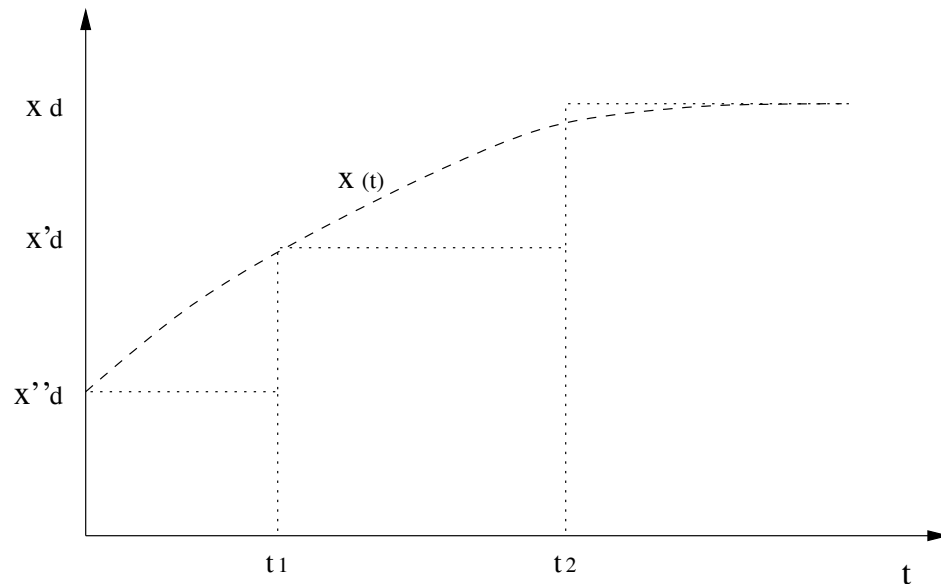


Figura 8.4: Curva característica de la reactancia

8.3.1 Corto circuitos en Bornes de Generadores

Cuando ocurre un corto circuito las características específicas de los generadores tienen una gran influencia sobre las variaciones temporales de corto circuito.

Para representar y calcular las relaciones de corto circuito se considera en la práctica una tensión constante y se supone que el fenómeno de amortiguamiento de la corriente simétrica de corto circuito viene provocado por un crecimiento de las reactancias del generador, las que se denominan:

- Reactancia Sincrónica (X_d) (Reactancia de eje directo de estado permanente)
- Reactancia transitoria (X'_d) (Reactancia de eje directo de estado transitorio)
- Reactancia subtransitoria (X''_d) (Reactancia de eje directo de estado subtransitorio)

En máquinas sincrónicas son polos laminados y sin devanados amortiguadores no aparece el fenómeno subtransitorio.

Las constantes de tiempo que se asocian a de cada estado son denotadas así: T_d, T'_d y T''_d .

Los voltajes internos de la máquina son denominados para cada estado así:

- Fuerza electromotriz subtransitoria: V''
- Fuerza electromotriz transitoria: V'
- Fuerza electromotriz sincrónica: V

8.3.2 Corto circuito en Motores

Si la duración del corto circuito es menor de 0,2 segundos, los motores y los compensadores sincrónicos pueden tratarse como generadores sincrónicos.

8.4 Consideraciones prácticas para el cálculo de fallas trifásicas

8.4.1 Consideraciones para el modelamiento del generador

En la práctica se calcula la máxima corriente alterna de corto circuito teniendo en cuenta que esta se presenta durante el período subtransitorio. Las máquinas generadoras son representadas en el estado subtransitorio por una fuente de voltaje constante y una impedancia subtransitoria. El modelo se muestra en la figura 8.5

V''_g (Voltaje (rms)): Representa el voltaje generado en la máquina en condiciones subtransitorias. Esta fuente de voltaje es constante bajo la hipótesis de que todos los enlaces de flujo en el interior de la máquina permanecen constantes durante el tiempo de falla, por lo tanto esta tensión subtransitoria es igual a la de prefalla. Generalmente este voltaje se supone próximo al del nodo al cual esta conectado el generador y operando en estado estacionario.

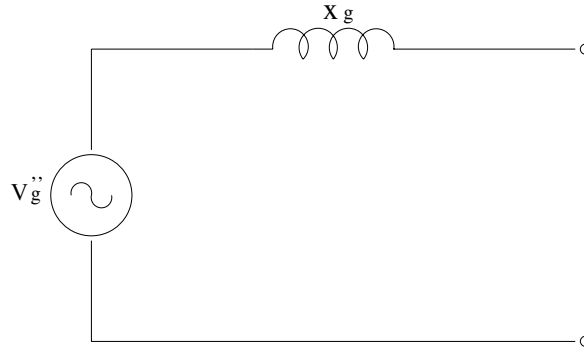


Figura 8.5: Modelo del generador sincrónico

8.4.2 Consideraciones para el modelamiento de la carga

Para la solución de sistemas de gran tamaño (sistemas donde las corrientes de contribución a la falla son muy superiores a las de la carga) se hacen las siguientes simplificaciones:

- Se desprecian las corrientes de prefalla (i_k^o)
- Se aproximan los voltaje de prefalla (V^o) a uno por unidad

En sistemas donde las corrientes de contribución a la falla son similares a las de la carga, lo cual ocurre en sistemas de bajos niveles de corto circuito como el Colombiano, se debe correr inicialmente un flujo de carga para encontrar (I_{ik}^o) y (V^o)

La influencia de las cargas podrá ser representada así :

- Como impedancias constantes ($Z = V^2/S^*$), incluyendola en la matriz Z_{bus})
- Correr un flujo de carga para determinar los flujos de corriente por las líneas y sumarlas a las corrientes calculadas en el corto circuito con condiciones iniciales de voltaje de 1.0 p.u.
- Correr un flujo de carga para determinar los voltajes nodales que serán las condiciones iniciales del voltaje en el corto circuito
- Despreciar las cargas que equivale a suponer todos los voltajes nodales en 1 p.u.

8.5 Cálculo de fallas usando Z_{bus}

En las máquinas eléctricas, las reactancias en serie con los voltajes generados se cambian de los valores sincrónicos a los subtransitorios y los voltajes generados se convierten en los voltajes internos subtransitorios.

Supóngase una red equivalente monofásica de un sistema trifásico equilibrado. Se selecciona la barra (3) para este estudio, y se designa V_F como el voltaje en la barra antes de ocurrir el fallo.

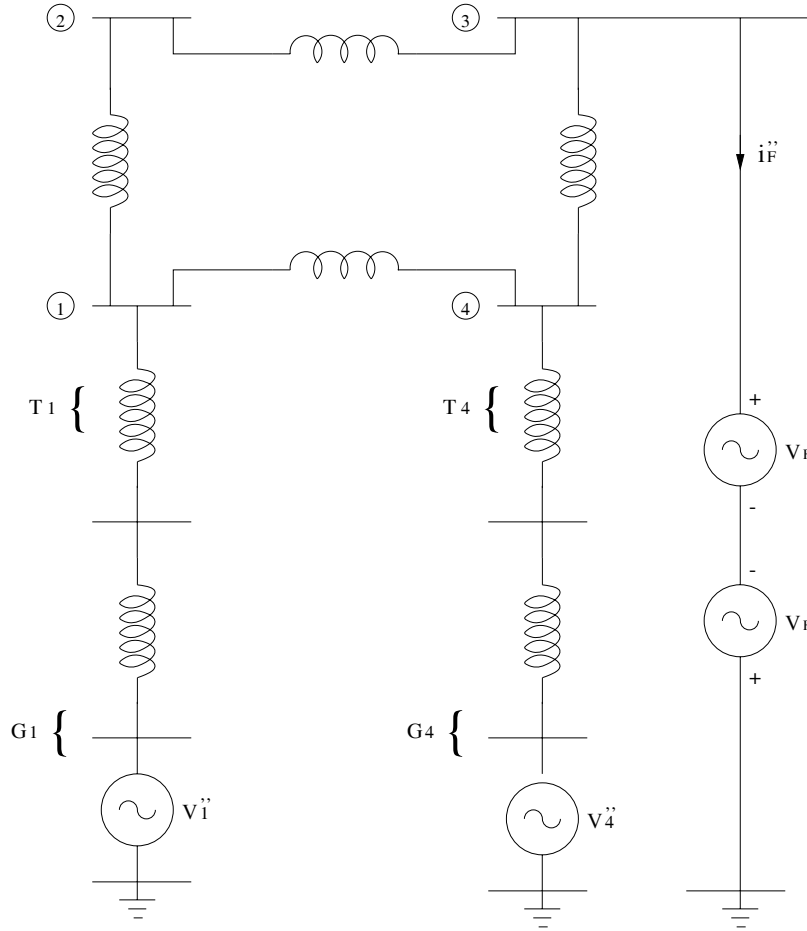


Figura 8.6: Simulación de fallo en el nodo 3 empleando la matriz Z_{bus}

Con V_F y $-V_F$ en serie, la rama se convierte en un corto circuito y fluirá una corriente i_F'' , (Esta corriente se origina cuando se añade $-V_F$).

Si las fuentes V_1'' , V_4'' y V_F se cortocircuitan, entonces $-V_F$ actúa sola y la I_F'' es la única corriente que entra a la red desde fuentes externas.

Aplicando el principio de superposición el voltaje nodal después de ocurrido el fallo es calculado así: $V_{bus} = V_{bus}^o + \Delta V_{fallo} = V_{bus}^o + Z_{bus} * i_{fallo}$.

Donde V_{bus}^o representa los voltajes nodales antes de presentarse el fallo e i_{fallo} la corriente de fallo.

La variación de voltaje nodal debido a la inyección de corriente en el nodo 3 se calcula así:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \\ \Delta V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ -V_f \\ \Delta V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{11} & Z_{12} & Z_{13} & Z_{14} \\ Z_{21} & Z_{22} & Z_{23} & Z_{24} \\ Z_{31} & Z_{32} & Z_{33} & Z_{34} \\ Z_{41} & Z_{42} & Z_{43} & Z_{44} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ -i''_F \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \\ \Delta V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ -V_f \\ \Delta V_4 \end{bmatrix} = -i''_F \begin{bmatrix} Z_{13} \\ Z_{23} \\ Z_{33} \\ Z_{43} \end{bmatrix}$$

De la tercera fila se obtiene: $-V_f = -i''_F Z_{33}$

Al despejar la corriente de la ecuación anterior se obtiene: $i''_F = \frac{V_f}{Z_{33}}$

La corriente i''_F se distribuye a través del sistema, ocasionando cambios en los voltaje de las barras del sistema.

Reemplazando el valor de la corriente se tiene:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \\ \Delta V_4 \end{bmatrix} = -\frac{V_f}{Z_{33}} \begin{bmatrix} Z_{13} \\ Z_{23} \\ Z_{33} \\ Z_{43} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{Z_{13}}{Z_{33}} V_f \\ \frac{Z_{23}}{Z_{33}} V_f \\ -V_f \\ \frac{Z_{43}}{Z_{33}} V_f \end{bmatrix}$$

Si se supone que antes de la falla no existen cargas en la red, (se consideran voltajes planos $1\angle 0^\circ$), $\Rightarrow$ todos los voltajes de barra son iguales a V_F .

Cuando $-V_f$ se corto circuita y las fuentes V_1'' , V_4'' y V_f se vuelven a insertar a la red, las corrientes y voltajes en cualquier parte de la red serán iguales a las que habia antes de la falla.

Por principio de superposición, estos voltajes de prefalla se suman a los cambios calculados anteriormente para obtener los voltajes totales que hay después de que la falla ocurre.

Si se supone que antes de la falla no existan cargas, no fluyen corrientes de prefalla y no hay diferencias de voltaje a través de las impedancias de las ramas; entonces todos los voltajes de barra de la red son iguales a V_F , voltaje de barra antes de ocurrir la falla.

El voltaje nodal despues de presentarse el fallo se calcula así:

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ V_3 \\ V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_F \\ V_F \\ V_F \\ V_F \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta V_1 \\ \Delta V_2 \\ \Delta V_3 \\ \Delta V_4 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_F & - & Z_{13}i''_F \\ V_F & - & Z_{23}i''_F \\ V_F & - & V_F \\ V_F & - & Z_{43}i''_F \end{bmatrix} = V_F \begin{bmatrix} 1 - \frac{Z_{13}}{Z_{33}} \\ 1 - \frac{Z_{23}}{Z_{33}} \\ 0 \\ 1 - \frac{Z_{43}}{Z_{33}} \end{bmatrix}$$

Así los voltajes en todas las barras se pueden calcular por medio del voltaje de prefalla y los elementos de Z_{barra} de la barra en fallo.

Resumen: Pasos seguidos en el cálculo de una falla trifásica en el nodo (k)

Corriente de fallo en el nodo K: $i_F'' = \frac{V_F}{Z_{kk}}$

Si se desprecia la corriente de prefalla se tiene:

Voltaje nodal en J: $V_j = V_f - Z_{jk} i_F'' = V_F - Z_{jk} \frac{V_F}{Z_{kk}}$ (J = 1,..., nodos del sistema)

Los elementos Z_{jk} y Z_{kk} se podran observar en la columna k de la matriz Z_{bus}

Conocidos los voltajes de fallo se calculan los flujos corrientes subtransitorias en las ramas de la red i_{ij}'' , (en este caso las reactancias de las máquinas han sido representadas por los valores subtransitorios) . La impedancia del elemento al cual se le calcula la corriente se representa por z_b .

$$i_{ij}'' = \frac{V_i - V_j}{z_b} = -i_F'' \left(\frac{Z_{ik} - Z_{jk}}{z_b} \right) = -\frac{V_F}{z_b} \left(\frac{Z_{ik} - Z_{jk}}{Z_{kk}} \right)$$

Siendo: $V_i = V_F - Z_{ik} i_F''$ y $V_j = V_F - Z_{jk} i_F''$

Nota: Solamente la columna k de la matriz Z_{bus} es necesaria en el cálculo de la corriente de fallo en el nodo (k).

8.5.1 Cálculo de la impedancia equivalente

Las compañías generadoras de electricidad suministran datos a los consumidores, quienes deben determinar las corrientes de falla con el fin de especificar los interruptores apropiados para una planta industrial o para un sistema de distribución que se conecta al sistema de la compañía en cierto punto.

La compañía informa al consumidor de los megavoltamperios de corto circuito que se esperan a voltaje nominal en lugar de dar la impedancia de Thévenin de secuencia positiva. Además de este dato, se suministra la información de la corriente de corto circuito para el fallo línea - tierra.

El procedimiento seguido es el siguiente: Se calcula la reactancia de secuencia positiva con base en el modelo del corto circuito trifásico y el dato de los megavoltamperios de corto circuito. Posteriormente se supone que la reactancia de secuencia positiva es igual a la negativa en el punto de estudio. Posteriormente con base en el modelo del corto circuito línea - tierra, el valor de la corriente de corto circuito para el fallo línea - tierra y el valor de las reactancias de secuencia positiva y negativa calculadas anteriormente, se calcula el valor de la reactancia de secuencia cero.

De esta forma queda conformado el circuito equivalente en componentes del secuencia en el punto donde se desea conectar el nuevo sistema a la red.

Para el cálculo de la reactancia de secuencia positiva se sigue el siguiente procedimiento:

$$\text{MVA de corto circuito} = \sqrt{3}(\text{KV nominales}) |I_{cc}| 10^3$$

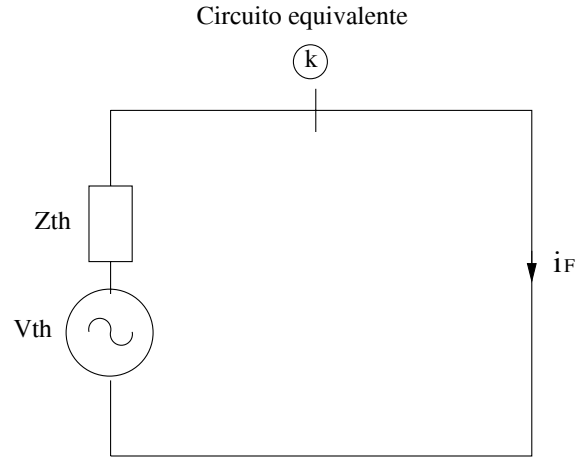
donde $|I_{cc}|$ corresponde a la magnitud de la corriente en amperios rms falla trifásica

La potencia base es especificada así: $MVA_{base} = \sqrt{3}(KV_{base})|I_{base}|10^3$

Si: $KV_{nominales} = KV_{base}$

Al dividir los MVA de corto circuito por el valor base se obtiene:

MVA de corto circuito p.u. = $|I_{cc}|p.u.$



$$|i_F| = \frac{V_{th}}{|Z_{th}|} \Rightarrow |Z_{th}| = \frac{V_{th}}{|i_f|}$$

$$|Z_{th}| = \frac{V_{th}}{|MVA| \text{ de c.c. p.u.}}$$

Figura 8.7: Circuito equivalente en el nodo k

8.6 Componentes simétricas y redes de secuencia

La herramienta matemática utilizada en el estudio de circuitos eléctricos polifásicos es el método de las componentes simétricas.

El análisis en componentes simétricas es una poderosa herramienta que realiza el cálculo de las fallas asimétricas de una manera tan sencilla como en el caso de las fallas trifásicas (equilibradas).

De acuerdo al teorema de Fortescue, tres fasores desbalanceados de un sistema trifásico se pueden descomponer en tres sistemas balanceados de fasores. Los conjuntos balanceados son:

- Componentes de secuencia positiva.

Compuesta de tres fasores de igual magnitud desplazados uno de otro 120° y que tienen la misma secuencia de fase que los fasores originales.

- Componentes de secuencia negativa.

Compuesta de tres fasores de igual magnitud desplazados uno de otro 120° y que tienen secuencia de fase opuesta a la de los fasores originales.

- Componentes de secuencia cero.

Compuesta de tres fasores iguales en magnitud y con desplazamiento de fase cero uno de otro.

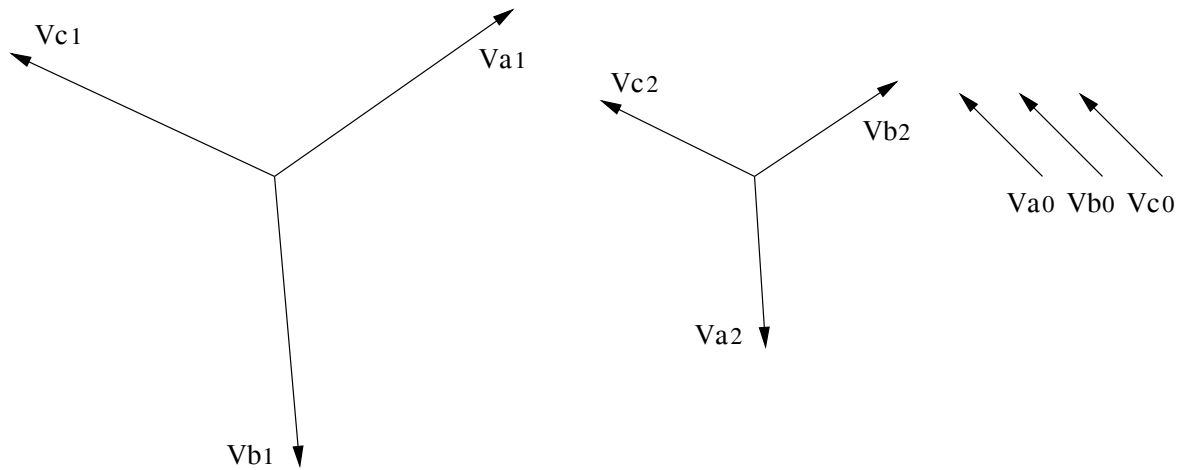


Figura 8.8: Descomposición de un sistema de vectores (a,b,c) en (0,1,2)

Descripción matemática de las componentes (a,b,c)

$$V_a = V_a^{(0)} + V_a^{(1)} + V_a^{(2)}$$

$$V_b = V_b^{(0)} + V_b^{(1)} + V_b^{(2)}$$

$$V_c = V_c^{(0)} + V_c^{(1)} + V_c^{(2)}$$

El diagrama fasorial que interpreta las ecuaciones anteriores es:

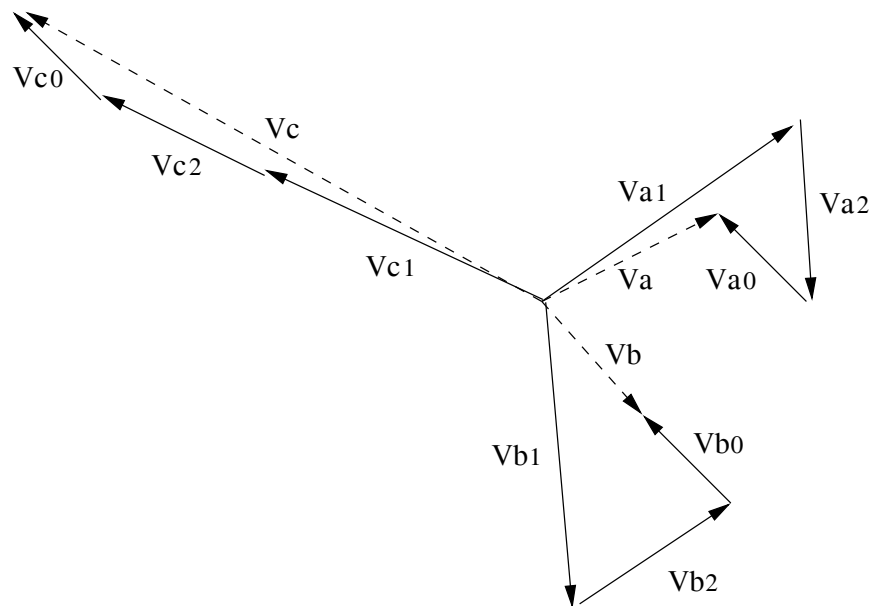


Figura 8.9: Diagrama fasorial (a,b,c) y (0,1,2)

En el modelo matemático anterior, las componentes V_b y V_c se expresan en función de V_a , de la siguiente manera. Siendo el operador $a = 1\sqrt{120}^\circ$

$$V_a^{(0)} = V_b^{(0)} = V_c^{(0)}$$

$$V_b^{(1)} = a^2 V_a^{(1)}$$

$$V_c^{(1)} = a V_a^{(1)}$$

$$V_b^{(2)} = a V_a^{(2)}$$

$$V_c^{(2)} = a^2 V_a^{(2)}$$

Al reemplazar las ecuaciones, el modelo se expresa así:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_a^{(0)} & + & V_a^{(1)} & + & V_a^{(2)} \\ V_a^{(0)} & + & a^2 V_a^{(1)} & + & a V_a^{(2)} \\ V_a^{(0)} & + & a V_a^{(1)} & + & a^2 V_a^{(2)} \end{bmatrix}$$

Despejando del modelo anterior las componentes (a,b,c) en función de las componenetes (0,1,2) se tiene:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_a^{(0)} \\ V_a^{(1)} \\ V_a^{(2)} \end{bmatrix} = A \begin{bmatrix} V_a^{(0)} \\ V_a^{(1)} \\ V_a^{(2)} \end{bmatrix}$$

La matriz (A) es definida así:

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix}$$

El inverso de la matriz (A) es:

$$A^{-1} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} = \frac{1}{3} A^*$$

Los voltajes en componentes simetricas (0,1,2) son expresados en función de los voltajes en componentes (a,b,c) de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} V_a^{(0)} \\ V_a^{(1)} \\ V_a^{(2)} \end{bmatrix} = A^{-1} \begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix}$$

De las ecuaciones anteriores se puede observar que $V_a^{(0)} = \frac{1}{3}(V_a + V_b + V_c)$. Para el caso de sistemas con operación balanceada se cumple que: $(V_a + V_b + V_c) = 0$ por lo tanto no existe componente de secuencia cero.

8.6.1 Potencia en términos de Componentes Simétricas

Si se conocen los componentes simétricas del voltaje y corriente se podrá calcular la potencia así:

Por definición la potencia en un sistema trifásico es la suma de potencias de cada una de las fases:

$$S_3\varphi = V_a i_a^* + V_b i_b^* + V_c i_c^*$$

Expresado en forma vectorial se tiene:

$$S_3\varphi = [V_a V_b V_c] \begin{bmatrix} i_a \\ i_b \\ i_c \end{bmatrix}^*$$

Reemplazando voltajes y corrientes en componentes simétricas

$$S_3\varphi = [AV_{012}]^T [AI_{012}]^*$$

$$S_3\varphi = V_{012}^T A^T A^* I_{012}^*$$

Por definición se tiene que:

$$A^T A^* = 3 \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

Potencia 3φ en componentes (a,b,c): $S_3\varphi = V_a i_a^* + V_b i_b^* + V_c i_c^*$

Potencia 3φ en componentes (0,1,2): $S_3\varphi = 3V_a^{(0)} i_a^{(0)*} + 3V_a^{(1)} i_a^{(1)*} + 3V_a^{(2)} i_a^{(2)*}$

Sin embargo, cuando la potencia compleja $S_3\varphi$ se expresa en por unidad con una base trifásica de voltiamperios, desaparece el multiplicador 3.

Por lo tanto la potencia 3φ en componentes (0,1,2) se calcula así:

$$S_3\varphi = V_a^{(0)} i_a^{(0)*} + V_a^{(1)} i_a^{(1)*} + V_a^{(2)} i_a^{(2)*}.$$

8.7 Modelaje de circuitos en impedancias de secuencia

El estudio de corto circuito en componentes simétricas requiere que todos los elementos del sistema eléctrico sean representados en las respectivas componentes. Seguidamente serán modelados los elementos en impedancia de secuencia.

8.7.1 Análisis de los diferentes tipos de conexión en impedancia de secuencia

- Circuitos estrella aterrizado

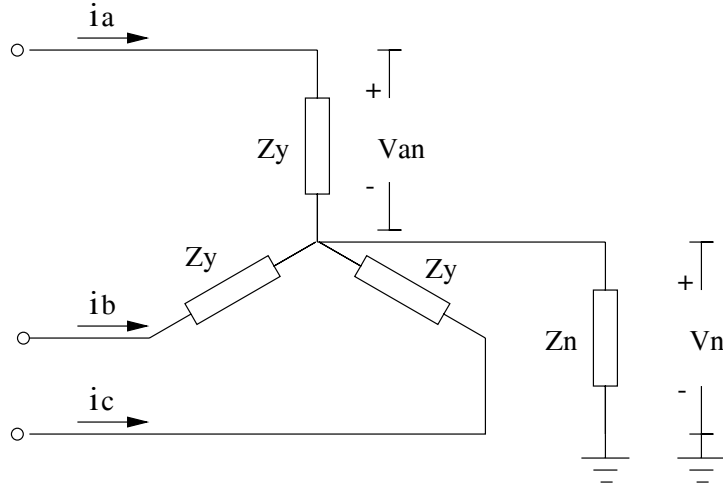


Figura 8.10: Conexión circuito estrella aterrizado

$$I_n = (I_a + I_b + I_c) = (I_a^0 + I_a^1 + I_a^2) + (I_b^0 + I_b^1 + I_b^2) + (I_c^0 + I_c^1 + I_c^2)$$

Agrupada en cada una de las respectivas componentes (0,1,2) se obtiene:

$$I_n = (I_a^0 + I_b^0 + I_c^0) + (I_a^1 + I_b^1 + I_c^1) + (I_a^2 + I_b^2 + I_c^2)$$

$$\text{Se sabe que: } (I_a^1 + I_b^1 + I_c^1) = (I_a^2 + I_b^2 + I_c^2) = 0 \Rightarrow I_n = 3I_a^0$$

De la figura se observa que la caída de tensión entre neutro y la tierra es de $3I_a^0 Z_n$

El voltaje medido entre fase y tierra para cada una de las fases (a,b,c) es como sigue:

$$\begin{bmatrix} V_a \\ V_b \\ V_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_{an} \\ V_{bn} \\ V_{cn} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} V_n \\ V_n \\ V_n \end{bmatrix} = Z_y \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix} + 3I_a^0 Z_n \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Reemplazadas las variables de (a,b,c) en función de las componentes simétricas (0,1,2) se obtiene:

$$A \begin{bmatrix} V_a^0 \\ V_a^1 \\ V_a^2 \end{bmatrix} = Z_y A \begin{bmatrix} I_a^0 \\ I_a^1 \\ I_a^2 \end{bmatrix} + 3I_a^0 Z_n \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{bmatrix}$$

Multiplicando la ecuación por A^{-1} se obtiene:

$$\begin{bmatrix} V_a^0 \\ V_a^1 \\ V_a^2 \end{bmatrix} = Z_y \begin{bmatrix} I_a^0 \\ I_a^1 \\ I_a^2 \end{bmatrix} + 3I_a^0 Z_n \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Las ecuaciones de voltaje en componentes (0,1,2) son las siguientes:

$$V_a^0 = (Z_y + 3Z_n)I_a^0 = Z_0 I_a^0$$

$$V_a^1 = Z_y I_a^1 = Z_1 I_a^1$$

$$V_a^2 = Z_y I_a^2 = Z_2 I_a^2$$

Las ecuaciones de voltaje anterior representadas en circuitos de secuencia cero, positiva y negativa es como sigue:

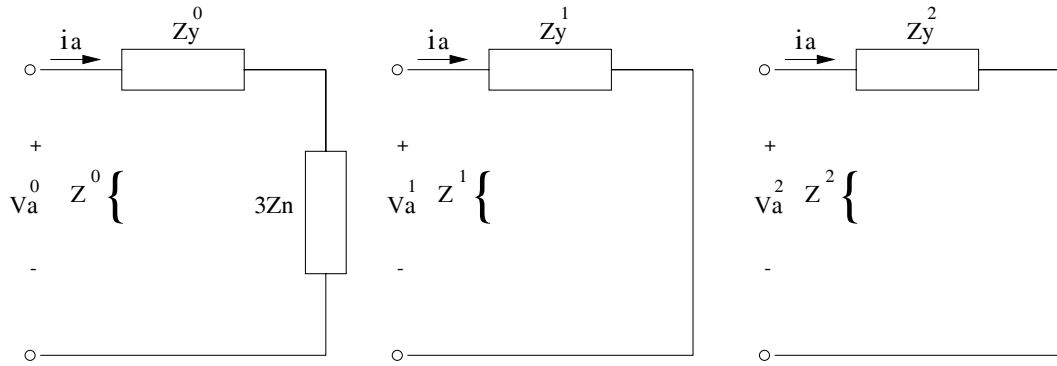


Figura 8.11: Representación en redes de secuencia (0,1,2)

Equivalente al circuito planteado originalmente en componentes de secuencia (a,b,c)

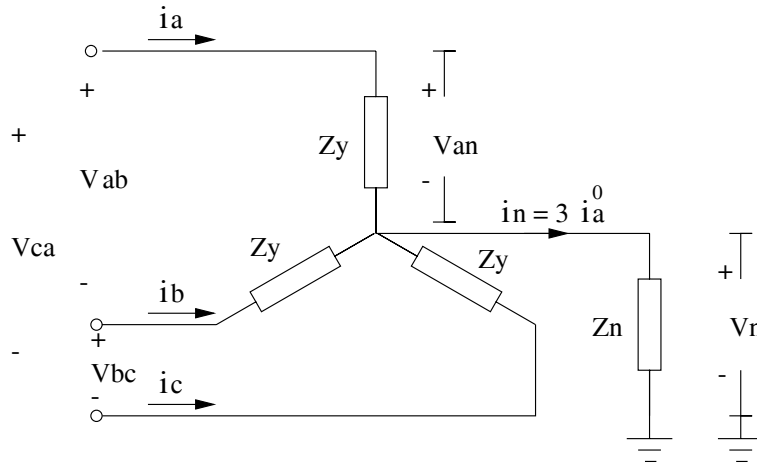


Figura 8.12: Conexión circuito estrella aterrizado en componentes (a,b,c)

• Circuitos estrella sin aterrizaz

Si no existe conexión entre el neutro y la tierra, no puede haber flujo de corriente de secuencia cero ya que $Z_n = \infty$, lo que se indica a través del circuito abierto entre el neutro y el nodo de referencia en el circuito de secuencia cero, como se presenta en la siguiente figura:

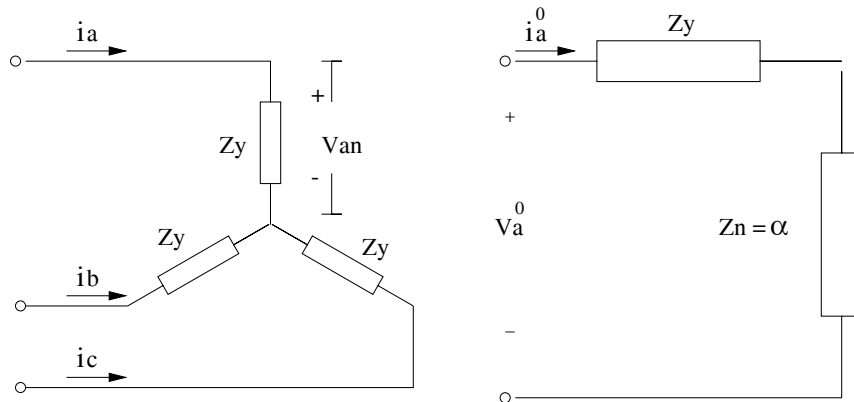


Figura 8.13: Conexión circuito estrella sin aterrizaz

- Circuito en Delta

Un circuito conectado en Δ no tiene trayectoria a tierra. Así las corrientes de línea que fluyen dentro de la carga conectada en Δ o su equivalente en Y, no contienen componentes de secuencia cero.

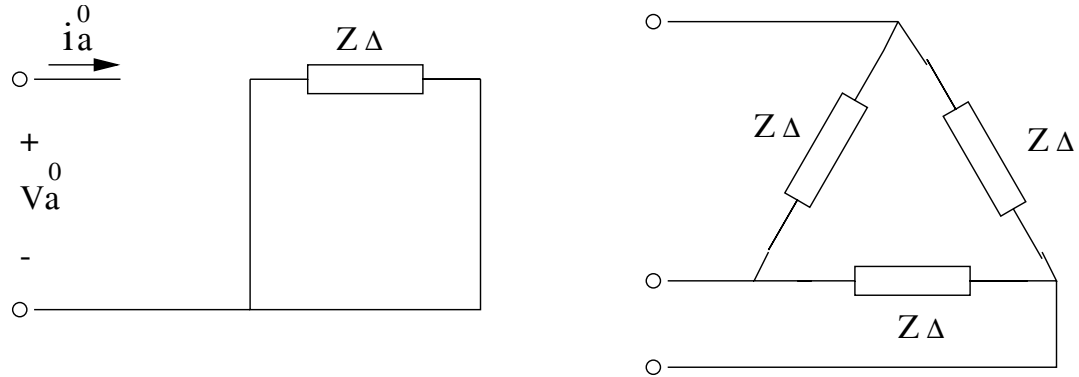


Figura 8.14: Conexión circuito delta

Se demuestra como en los circuitos conectados en Δ que tienen solamente impedancias, sin fuentes y sin acoplamiento mutuo, no puede haber alguna corriente circulante de secuencia cero.

Los voltajes en cada una de las fases del circuito conectado en delta en componentes (a,b,c) son:

$$V_{ab} = Z_\Delta I_{ab}$$

$$V_{bc} = Z_\Delta I_{bc}$$

$$V_{ca} = Z_\Delta I_{ca}$$

La suma de voltajes en la trayectoria delta en componentes (a,b,c) es igual a cero y expresado así:

$$V_{ab} + V_{bc} + V_{ca} = 0$$

$$V_{ab} = V_{ab}^o + V_{ab}^1 + V_{ab}^2$$

$$V_{bc} = V_{bc}^o + V_{bc}^1 + V_{bc}^2$$

$$V_{ca} = V_{ca}^o + V_{ca}^1 + V_{ca}^2$$

Al reemplazar las ecuaciones anteriores se tiene:

$$V_{ab} + V_{bc} + V_{ca} = V_{ab}^o + V_{bc}^o + V_{ca}^o = 3V_{ab}^o = 0$$

Por lo siguiente:

$$3Z_\Delta I_{ab}^o = 0$$

Por lo tanto las componentes de secuencia cero se anulan:

$$I_{ab}^o = 0 \text{ y } V_{ab}^o = 0$$

8.7.2 Circuitos de Secuencia de una Línea de Transmisión

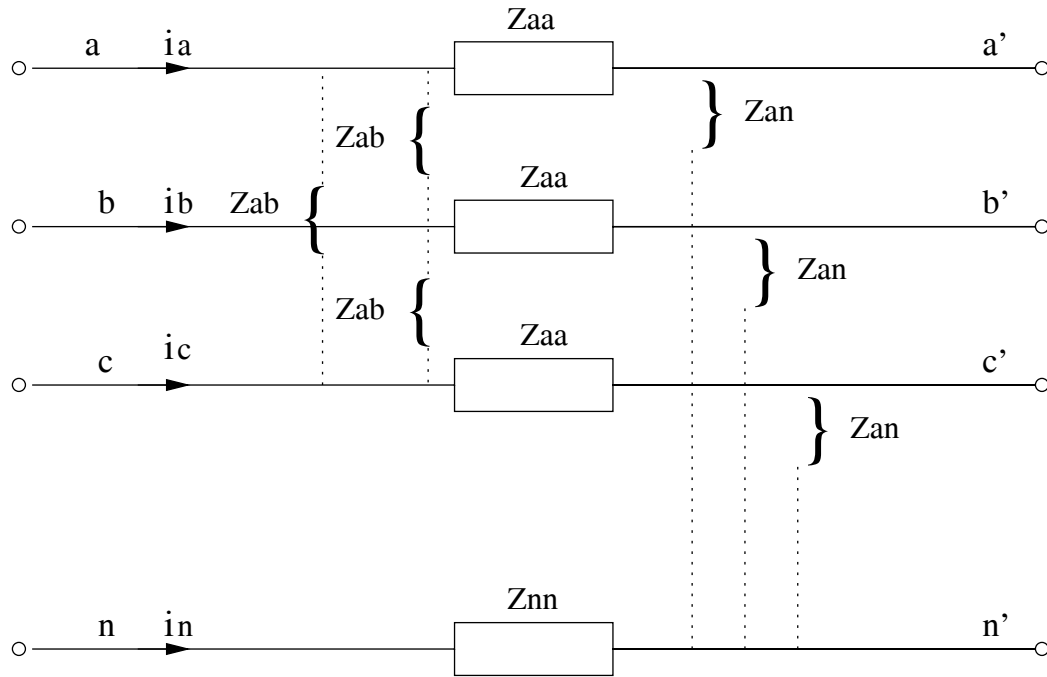


Figura 8.15: Circuitos de secuencia de una línea

$$\begin{bmatrix} V_{aa'} \\ V_{bb'} \\ V_{cc'} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_s & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a \\ I_b \\ I_c \end{bmatrix}$$

Los valores de Z_s y Z_m son calculados con las siguientes expresiones:

$$Z_s = Z_{aa} + Z_{nn} - 2Z_{an}$$

$$Z_m = Z_{ab} + Z_{nn} - 2Z_{an}$$

Al transformar la ecuación anterior a componentes simétricas se obtiene:

$$A \begin{bmatrix} V_{aa'}^{(0)} \\ V_{aa'}^{(1)} \\ V_{aa'}^{(2)} \end{bmatrix} = \left\{ \begin{bmatrix} Z_s - Z_m & & \\ & Z_s - Z_m & \\ & & Z_s - Z_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_m & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_m \\ Z_m & Z_m & Z_m \end{bmatrix} \right\} A \begin{bmatrix} I_a^{(0)} \\ I_a^{(1)} \\ I_a^{(2)} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{aa'}^{(0)} \\ V_{aa'}^{(1)} \\ V_{aa'}^{(2)} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_s + 2Z_m & & \\ & Z_s - Z_m & \\ & & Z_s - Z_m \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I_a^{(0)} \\ I_a^{(1)} \\ I_a^{(2)} \end{bmatrix}$$

De la ecuación anterior se deduce que los valores de Z_0 , Z_1 , y Z_2 son:

$$Z_0 = Z_s + 2Z_m$$

$$Z_1 = Z_s - Z_m$$

$$Z_2 = Z_s - Z_m$$

Con base en la formulación anterior la representación de la línea en impedancias de secuencia es como sigue:

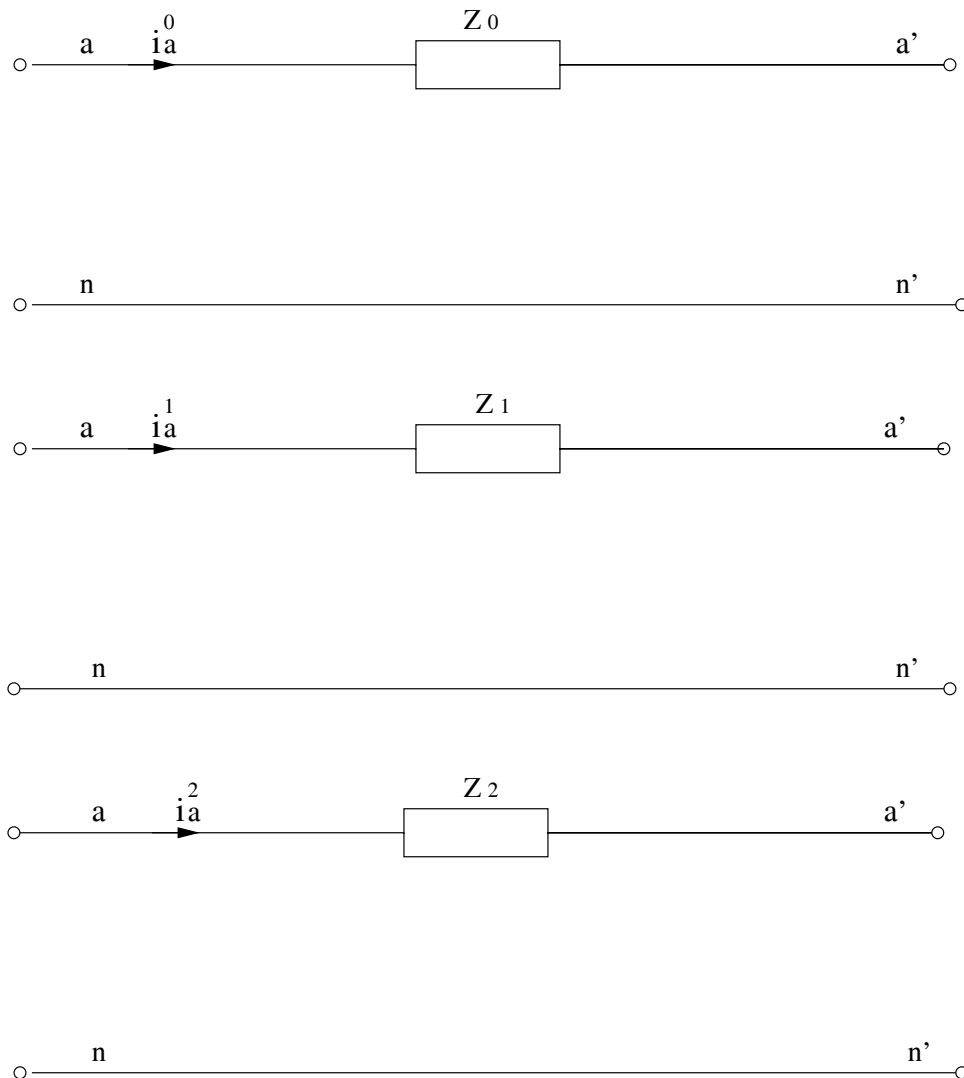


Figura 8.16: Representación de la línea como impedancias de secuencia

8.7.3 Circuitos de secuencia del Generador

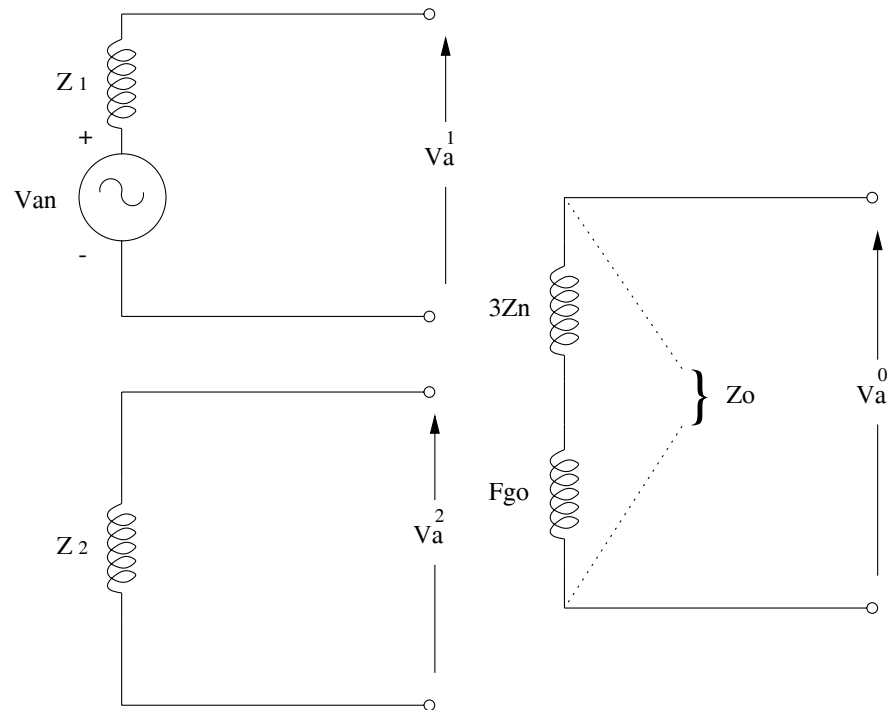


Figura 8.17: Representación del generador en impedancias de secuencia

Modelo del generador en impedancias de secuencia

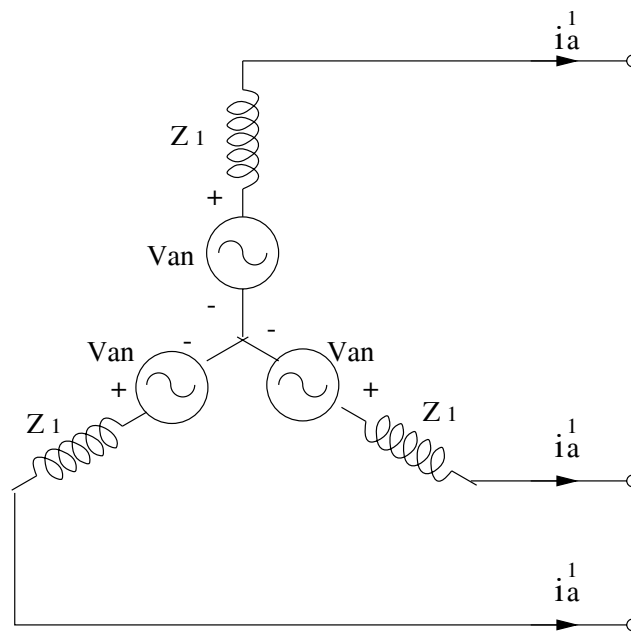


Figura 8.18: Modelo de Secuencia positiva del generador

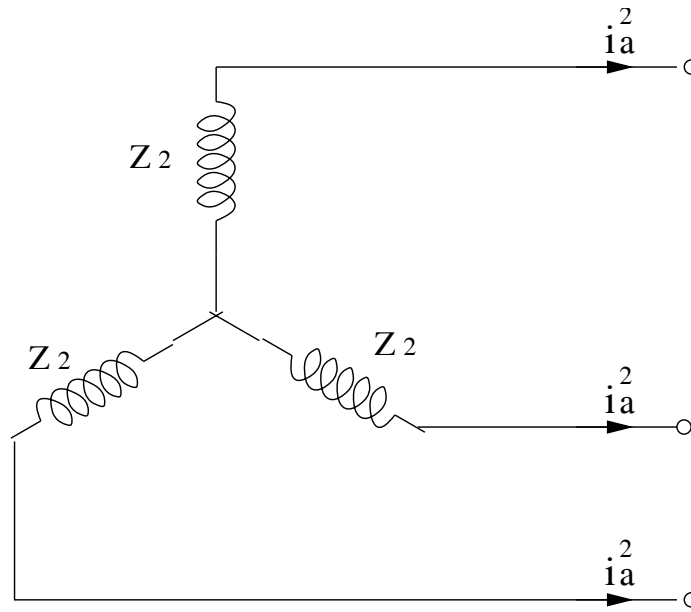


Figura 8.19: Modelo de Secuencia negativa del generador

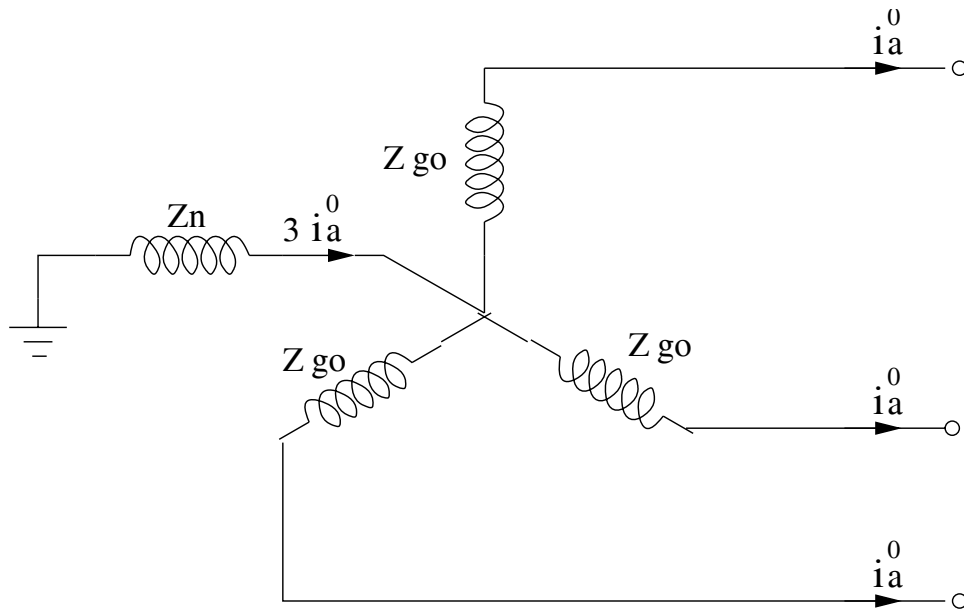


Figura 8.20: Modelo de Secuencia cero del generador

8.7.4 Circuitos de secuencia de los Transformadores

Los circuitos equivalentes de secuencia de los transformadores trifásicos dependen de las conexiones de los devanados primario y secundario.

Las diferentes combinaciones de los devanados Y y Δ determinan las configuraciones de los circuitos de secuencia cero y el desfase en los circuitos de secuencia positiva y negativa.

a. **Tipos de conexión de los transformadores 3φ**

En las siguientes figuras se representa el equivalente de la red de secuencia cero para las diferentes formas de conexión de los transformadores 3φ .

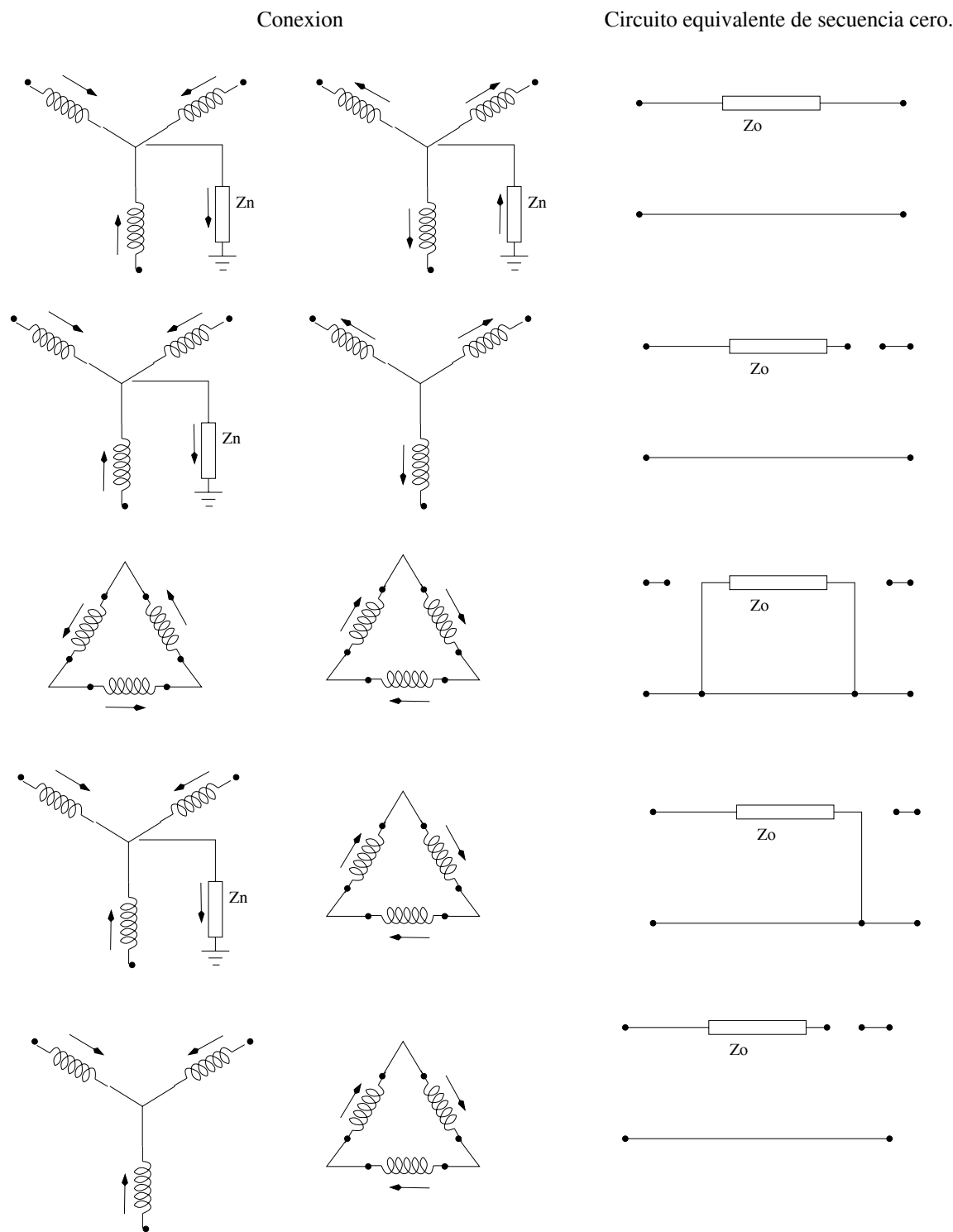


Figura 8.21: Tipos de conexión de los transformadores

b. **Desfasamiento angular en los transformadores 3φ**

Tres transformadores monofásicos iguales pueden conectarse de tal manera que tres devanados en Δ a determinado voltaje nominal y tres devanados en Y de otro voltaje nominal formen un transformador trifásico. Se dice que tal transformador está conectado en Y- Δ o en Δ -Y. Las otras conexiones posibles son Y - Y y $\Delta - \Delta$. Si cada uno de los transformadores monofásicos tiene tres devanados (primario, secundario y terciario), se pueden conectar dos conjuntos en Y y uno en Δ , o dos pueden estar en Δ y uno en Y. En lugar de usar tres transformadores monofásicos idénticos, es también usual una unidad trifásica que tiene las tres fases sobre la misma estructura de acero. La teoría es la misma para los transformadores trifásicos y para el banco trifásico de transformadores monofásicos. La ventaja de la unidad trifásica es que requiere de menos acero para formar el núcleo y por tanto es más económica y ocupa menos espacio que tres unidades monofásicas.

Por otro lado, tres unidades monofásicas tienen la ventaja de que en caso de falla, se reemplaza sólo una unidad del banco trifásico en vez de perder todo el banco. Si una falla ocurre en un banco $\Delta - \Delta$ que se compone de tres unidades separadas, se puede remover uno de los transformadores monofásicos y los dos restantes todavía pueden operar como un transformador trifásico a kilo-voltiamperios reducidos. Tal conexión es llamada delta abierta.

Los terminales de alto voltaje de los transformadores trifásicos se señalan con las letras (H_1, H_2 y H_3) y las de bajo voltaje con (X_1, X_2 y X_3), así:

A	H_1	X_2	b
B	H_2	X_1	a
C	H_3	X_3	c

En los transformadores Y - Y o $\Delta - \Delta$ los señalamientos se hacen de forma tal que los voltajes al neutro de las terminales (H_1, H_2 y H_3) están en fase con los voltajes al neutro de las terminales (X_1, X_2 y X_3), respectivamente. Por supuesto, los devanados en Δ no tienen neutro pero la parte del sistema a la que están conectados tiene conexión a tierra. Así, la tierra sirve como un neutro efectivo bajo condiciones balanceadas y, por lo tanto, podemos hablar de la existencia de voltajes al neutro de las terminales de la Δ .

Para cumplir con los estándares americanos, las terminales de los transformadores Y - Δ y Δ - Y se señalan de manera tal que los voltajes al neutro de (H_1, H_2 y H_3) adelantan en 30° a los voltajes al neutro de las terminales (X_1, X_2 y X_3), respectivamente.

Los voltajes y corrientes de secuencia positiva se identifican por el superíndice 1 y los de secuencia negativa por el 2. En un conjunto de voltajes línea a neutro de secuencia positiva V_B^1 atrasa en 120° a V_A^1 , mientras que V_C^1 atrasa V_A^1 en 240° ; en un conjunto de voltajes línea a neutro de secuencia negativa, V_B^2 adelanta en 120° a V_A^2 , mientras V_C^2 lo

hace en 240° a V_A^2 , (En sistemas desbalanceados se tendrá cuidado en distinguir entre los voltajes a neutro y los que son a tierra, puesto que pueden ser diferentes).

En la siguiente figura se presenta un transformador trifásico con conexión Y - Δ , donde el lado en Y es el de alto voltaje. (Se recuerda que los devanados dibujados en paralelo están enlazados por el mismo flujo). En la figura el devanado (A-n) es la fase en el lado conectado en Y, que se encuentra enlazado magnéticamente con el devanado de fase ab del lado conectado en Δ . La localización de los puntos sobre los devanados muestra que V_{AN} está siempre en fase con V_{ab} , independientemente de la secuencia de fases.

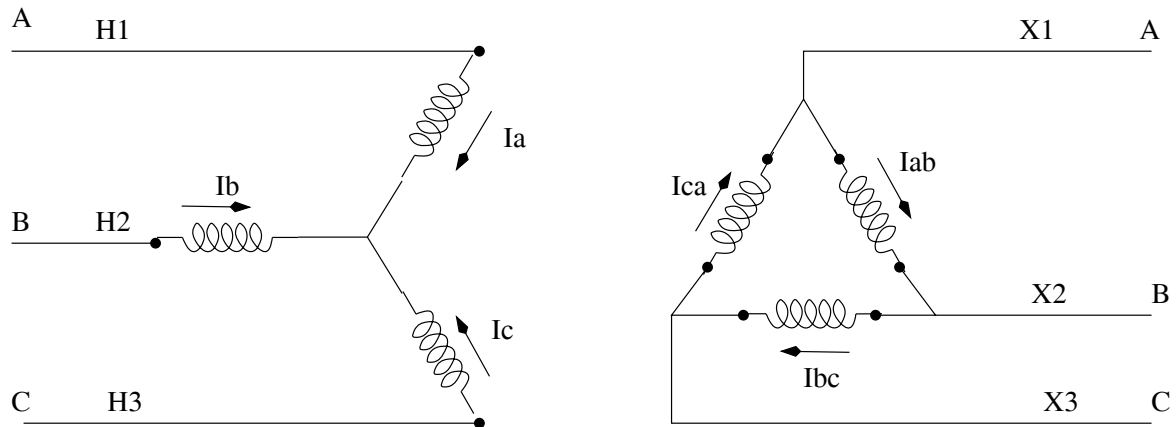


Figura 8.23: Diagrama de devanados

Los estándares americanos requieren que para designar las terminales H_1 , y X_1 en transformadores Y - Δ , la caída de voltaje al neutro de secuencia positiva en H_1 adelante en 30° a la caída de voltaje al neutro de secuencia positiva en X_1 , sin importar si el devanado Δ o el Y está en el lado de alto voltaje. De igual forma, el voltaje de (H_2 y H_3) al neutro adelanta en 30° al voltaje (X_2 y X_3) al neutro respectivamente. Los diagramas fasoriales para las componentes de secuencia positiva y negativa del voltaje se encuentran en las siguientes figuras.

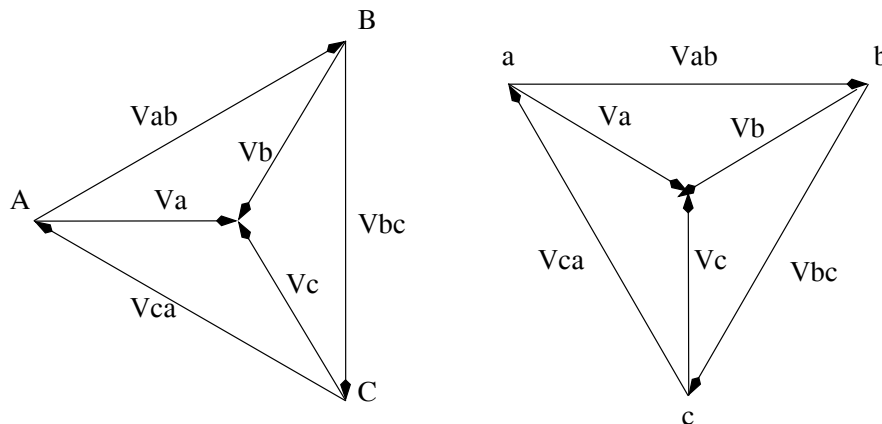


Figura 8.24: Componentes de secuencia positiva

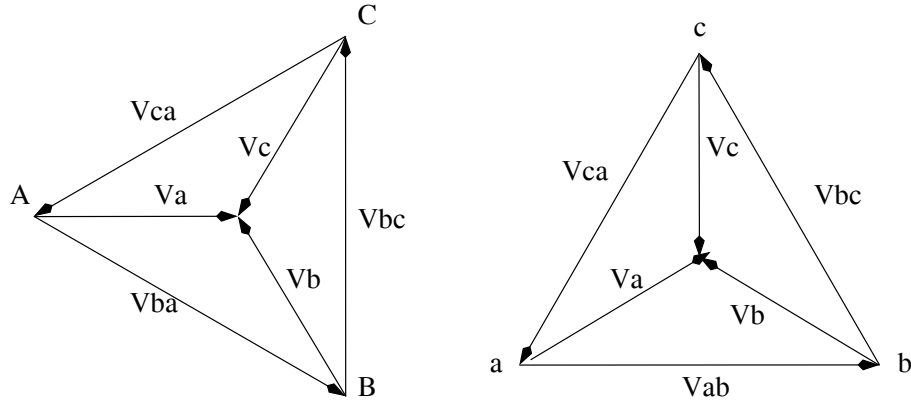


Figura 8.25: Componentes de secuencia negativa

Si N_1 y N_2 representan el número de espiras en los devanados de alto y bajo voltaje de cualquier fase respectivamente, como se muestra en el diagrama de devanados anterior, $V_A^1 = (\frac{N_1}{N_2})V_{ab}^1$ y $V_A^2 = (\frac{N_1}{N_2})V_{ab}^2$ por la acción del transformador.

De la geometría de las figuras de componentes de secuencia anteriores se tiene:

$$V_A^1 = \frac{N_1}{N_2}\sqrt{3}V_a^1\angle 30^\circ \text{ y } V_A^2 = \frac{N_1}{N_2}\sqrt{3}V_a^2\angle -30^\circ$$

Igualmente, las corrientes en el transformador Y - Δ están desplazadas 30° en la dirección de los voltajes debido a que los ángulos de fase de las corrientes con respecto a sus voltajes asociados están determinados por la impedancia de la carga. La relación del voltaje línea a línea nominal del devanado en Y al voltaje línea - línea nominal del devanado en Δ es igual a $\sqrt{3}(\frac{N_1}{N_2})$. Así que al seleccionar las bases de voltaje línea a línea sobre los dos lados del transformador con esta misma relación se obtiene en por unidad.

$$V_A^1 = V_a^1\angle 30^\circ; I_A^1 = I_a^1\angle 30^\circ$$

$$V_A^2 = V_a^2\angle -30^\circ; I_A^2 = I_a^2\angle -30^\circ$$

La impedancia del transformador y las corrientes de magnetización se manejan de manera separada del desfaseamiento, que puede ser representado por un transformador ideal. Esto explica porque de acuerdo a las expresiones anteriores, las magnitudes en por unidad de voltaje y de corriente son exactamente las mismas a ambos lados del transformador.

El desfaseamiento en voltaje puede ser indicado a través de un transformador ideal que tenga una relación de espiras o vuelta compleja, dado por: $e^{j\pi/6}$. Ya que en la ecuación $V_A^1/I_A^1 = V_a^1/I_a^1$, los valores de impedancia en por unidad son los mismos independientemente del lado del transformador ideal a que estén referidos. El desfaseamiento tampoco afecta los flujos de potencia real y reactiva porque el que tiene la corriente se compensa con el del voltaje en el rango de valores involucrados. Esto se puede demostrar fácilmente al escribir en por unidad la potencia compleja para cada lado del transformador (Y - Δ) o (Δ - Y), como se sigue:

$$V_A^1 I_A^{1*} = V_a^1\angle 30^\circ I_a^{1*}\angle -30^\circ = V_a^1 I_a^{1*}$$

8.8 Conformación de las redes de secuencia

En las secciones precedentes de este capítulo se han desarrollado circuitos equivalentes monofásicos en la forma de circuitos de secuencia cero, positiva y negativa, para diferentes conexiones de la carga, transformadores, la línea de transmisión y la máquina sincrónica que constituyen los componentes de la red de transmisión de potencia.

Con excepción de las máquinas rotatorias, todas las partes de la red son estáticas y sin fuentes.

Suposiciones y consideraciones para la conformación de las redes de secuencia

- En cada una de las redes de secuencia, la caída de voltaje en cualquiera de los elementos depende de la respectiva impedancia de esa parte y del flujo de corriente de esa secuencia. Lo anterior quiere decir: las redes de secuencia son totalmente independientes una de otra.
- Las impedancias Z_1 y Z_2 son iguales en cualquier circuito estático y se pueden considerar aproximadamente iguales en máquinas sincrónicas bajo condiciones subtransitorias (Esta aproximación es frecuente debido a falta de información).
- En cualquier parte de la red, Z_0 es por lo general diferente a Z_1 y Z_2 . (Debido a que Z_0 incorpora el efecto de neutros y tierra a diferencia de Z_1 y Z_2 que no los tiene).
- Solamente los circuitos de secuencia positiva de las máquinas rotatorias contienen fuentes de voltaje de secuencia positiva.
- El neutro es la referencia para los voltajes de secuencia positiva y negativa. Los voltajes a neutro de secuencia positiva y negativa son iguales a los voltajes a tierra, si existe una conexión física de impedancia cero u otra de valor finito entre el neutro y la tierra del circuito real.
- No fluyen corrientes de secuencia positiva y negativa entre los puntos neutro y de tierra.
- No se incluye Z_n en las conexiones físicas entre el neutro y tierra en los circuitos de impedancia positiva y negativa; pero si se representa en la impedancia de secuencia cero con $3Z_n$.
- En el cálculo de corto circuito en sistemas de potencia generalmente se desprecia el efecto resistivo, así que los elementos se modelan solo por su reactancia. Los valores obtenidos serán los más altos, dando un margen de seguridad en los valores calculados.
- A las redes de secuencia de los transformadores 3φ se les efectúa un tratamiento especial. La red de secuencia cero se altera según el tipo de conexión. La red de secuencia positiva y negativa son alteradas por el desfase angular entre el primario y secundario. Este desfase es tenido en cuenta después de efectuado el cálculo de corto circuito en la red.

Ejercicio: Dado el siguiente sistema representar la red de secuencia cero.



Figura 8.26 Red de 4 nodos

Red de secuencia cero

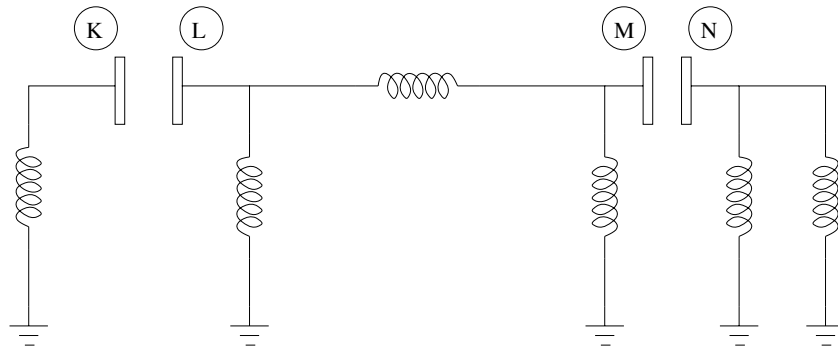


Figura 8.27: Componentes de secuencia cero

8.9 Estudio de los diversos tipos fallas

La mayoría de las fallas que ocurren en un sistema de potencia involucran una de las fases ocasionando desbalance en el sistema. Este corto circuito es del tipo desequilibrado y denominado corto asimétrico. Además se presentan otros tipos de falla que involucran dos ó tres de las fases. También se presentan otros tipos de fallos debido a la mala operación de interruptores 3ϕ , en los cuales uno o dos de sus polos no cierran, dejando momentáneamente la fase abierta, este fallo es denominado serie.

Tipos de fallas asimétricas:

- Línea a tierra
- Línea a línea
- Línea a línea a tierra.

La trayectoria a tierra puede o no contener una impedancia, a este último caso se le denomina fallo sólido y en el cual el valor de la impedancia de fallo se le asigna un valor igual a cero, generalmente es así debido a la dificultad para obtener dicho valor. Además al considerar la impedancia de fallo cero se da un margen de seguridad en la obtención

de la corriente de falla. La impedancia de falla es determinada por las empresas a través de ensayos experimentales.

- Falla serie

Uno o dos conductores abiertos ocasionan fallas asimétricas serie que puede presentarse debido a la ruptura de una o dos de las fases, inadecuada operación de interruptores, fusibles u otros mecanismos que no pueden abrir las tres fases simultáneamente.

8.9.1 Modelamiento del punto de fallo

Para determinar el modelo del fallo en un punto del sistema se supone que las corrientes de fallo (i_{Fa} , i_{Fb} , i_{Fc}) están saliendo de cada una de las fases. A partir de la figura 8.28 se representan los diversos tipos de fallo, así podrá ser representado el fallo en una, dos o las tres fases.

El sistema en el punto de fallo es representado por el equivalente de thévenin. Este equivalente es representado en componentes de secuencia y son obtenidos de los elementos de la diagonal de la matriz Z_{Bus} .

El fallo es representado en componentes(a,b,c), tal como se ilustra en la figura 8.28, posteriormente es convertido en componentes de secuencia. De esta forma se establece una relación entre el equivalente del sistema y el tipo de fallo.

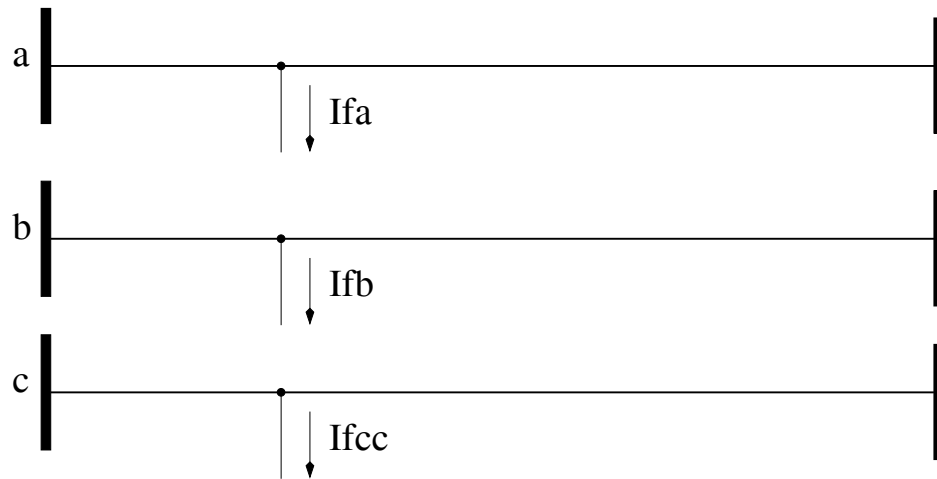


Figura 8.28: Representación del fallo

En el cálculo de fallas es necesario determinar las matrices de impedancia de secuencia positiva, negativa y cero. En estas matrices sus elementos de la diagonal son utilizados en la formación de los equivalentes de thévenin y los elementos fuera de la diagonal son utilizados en el cálculo de los voltajes nodales y flujos de corrientes a través de los elementos del sistema.

Estas matrices son descritas en forma simbólica de la siguiente manera:

Matriz de impedancia de secuencia positiva

$$Z_{bus}^1 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ \vdots \\ n \end{matrix} & \begin{bmatrix} Z_{11}^1 & Z_{12}^1 & \cdots & \cdots & Z_{1n}^1 \\ Z_{21}^1 & Z_{22}^1 & \cdots & \cdots & Z_{2n}^1 \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ Z_{n1}^1 & Z_{n2}^1 & \cdots & \cdots & Z_{nn}^1 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

De la misma manera se determina la matriz de secuencia negativa y cero así:

$$Z_{bus}^2 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ \vdots \\ n \end{matrix} & \begin{bmatrix} Z_{11}^2 & Z_{12}^2 & \cdots & \cdots & Z_{1n}^2 \\ Z_{21}^2 & Z_{22}^2 & \cdots & \cdots & Z_{2n}^2 \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ Z_{n1}^2 & Z_{n2}^2 & \cdots & \cdots & Z_{nn}^2 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

$$Z_{bus}^0 = \begin{matrix} & \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ \vdots \\ n \end{matrix} & \begin{bmatrix} Z_{11}^0 & Z_{12}^0 & \cdots & \cdots & Z_{1n}^0 \\ Z_{21}^0 & Z_{22}^0 & \cdots & \cdots & Z_{2n}^0 \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ \vdots & \vdots & & & \vdots \\ Z_{n1}^0 & Z_{n2}^0 & \cdots & \cdots & Z_{nn}^0 \end{bmatrix} \end{matrix}$$

Con base en la información obtenida en las matrices de impedancia de secuencia positiva, negativa y cero, se determinan los equivalentes de thévenin en el nodo de interes y para cada una de las redes de secuencia.

Ejemplo: Representar los equivalentes del sistema mostrado en la figura 8.29 en el nodo k y para cada una de las redes de secuencia.



Figura 8.29: Diagrama unifilar del sistema trifásico balanceado

Al representar las redes de transmisión en componentes de secuencia se tiene que no existen corrientes de secuencia negativa y cero que fluyan antes de que ocurra la falla y los voltajes de prefallas son cero en todas las barras de las redes de secuencia negativa y cero.

Representación de la red de secuencia positiva

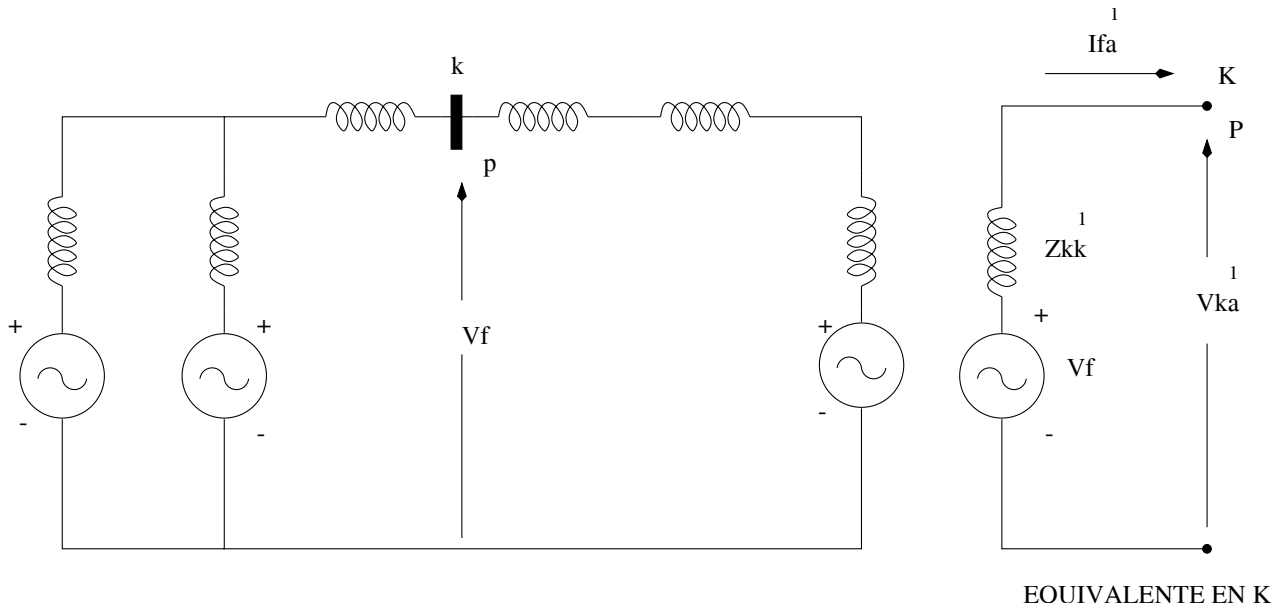


Figura 8.30: Red de secuencia positiva

i_{Fa} es la corriente que fluye desde el sistema hacia la falla, sus componentes simétricos $i_{Fa}^1, i_{Fa}^2, i_{Fa}^0$, fluyen hacia afuera de sus respectivas redes de secuencia. Así, las corrientes $-i_{Fa}^1, -i_{Fa}^2, -i_{Fa}^0$, representan las corrientes que se inyectan debido a la falla en la barra (k) en las redes de secuencia, positiva, negativa y cero.

Representación de la red de secuencia negativa

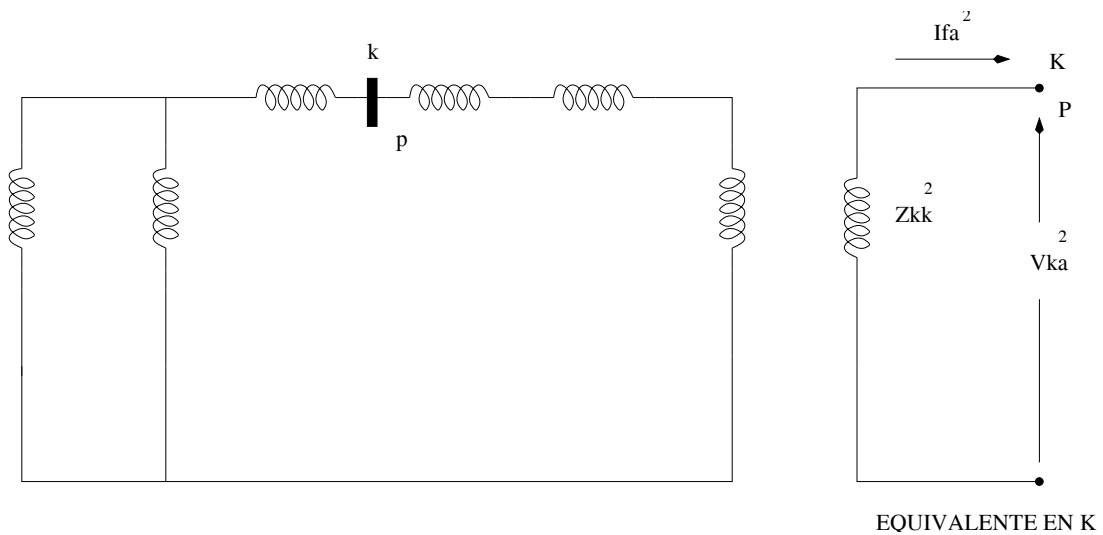


Figura 8.31: Red de secuencia negativa

Representación de la red de secuencia cero

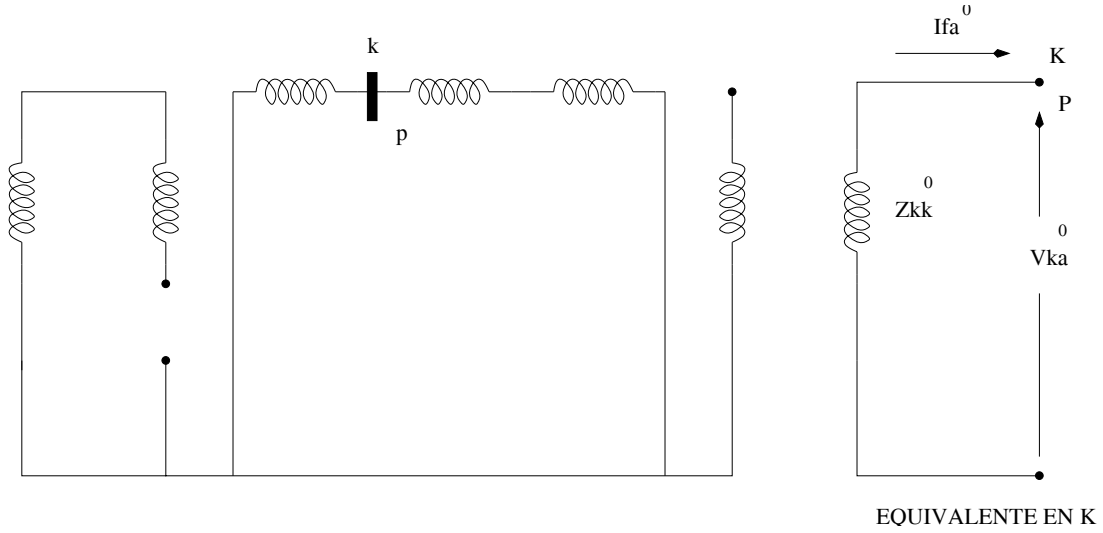


Figura 8.32: Red de secuencia cero

Calculadas las corrientes de falla $I f_a^1, I f_a^2, I f_a^0$ se determina la influencia que estas tienen en los voltajes nodales del sistema en cada red de secuencia. Este cálculo requiere de las corrientes de falla y de la matriz z_{Bus} en componentes de secuencia y es sistematizado de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} \Delta V_{1fa}^{120} \\ \Delta V_{2fa}^{120} \\ \vdots \\ \Delta V_{kfa}^{120} \\ \vdots \\ \Delta V_{nfa}^{120} \end{bmatrix} = \begin{matrix} 1 \\ 2 \\ \vdots \\ k \\ \vdots \\ n \end{matrix} \begin{bmatrix} Z_{11}^{120} & Z_{12}^{120} & \dots & Z_{1k}^{120} & \dots & Z_{1n}^{120} \\ Z_{21}^{120} & Z_{22}^{120} & \dots & Z_{2k}^{120} & \dots & Z_{2n}^{120} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{k1}^{120} & Z_{k2}^{120} & \dots & Z_{kk}^{120} & \dots & Z_{kn}^{120} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ Z_{n1}^{120} & Z_{n2}^{120} & \dots & Z_{nk}^{120} & \dots & Z_{nn}^{120} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ -i_{kfa}^{120} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}$$

Los voltajes nodales resultantes del sistema son calculados como la suma de los voltajes de prefalla y el delta de voltaje debido a las corrientes de falla. Los voltajes de prefallo son calculados de las condiciones del sistema en estado estacionario y para esto se usa el flujo de carga, otra forma simplificada es suponer un voltaje plano de $1\angle^0$ para todos los nodos del sistema.

Los voltajes de fallo son calculados de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} V_{1a}^{120} \\ V_{2a}^{120} \\ \vdots \\ V_{ka}^{120} \\ \vdots \\ V_{na}^{120} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} V_F^1 \\ V_F^1 \\ \vdots \\ V_F^1 \\ \vdots \\ V_F^1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta V_{1a}^{120} \\ \Delta V_{2a}^{120} \\ \vdots \\ \Delta V_{ka}^{120} \\ \vdots \\ \Delta V_{na}^{120} \end{bmatrix}$$

El vector de voltaje $[V_F^1]$ se denomina voltaje de prefallo y en éstas el sistema opera de forma balanceada, por lo tanto solo existe componente de secuencia positiva, la negativa y cero tienen valor de cero.

Asi conocidas las componentes simétricas $-i_{Fa}^1, -i_{Fa}^2, -i_{Fa}^0$ de las corrientes de falla, en la barra (k), se pueden determinar los voltajes de secuencia de cualquier barra (j) del sistema, a partir de las ecuaciones anteriores.

Cuando la falla se presenta en la barra (k), sólo los elementos en las columnas k de la matriz Z_{bus}^1, Z_{bus}^2 y Z_{bus}^0 son requeridos en los cálculos.

Voltajes en la barra barra (j)

$$\begin{aligned} V_{ja}^0 &= 0 - Z_{jk}^0 \cdot i_{kfa}^0 \\ V_{ja}^1 &= V_F - Z_{jk}^1 \cdot i_{kfa}^1 \\ V_{ja}^2 &= 0 - Z_{jk}^2 \cdot i_{kfa}^2 \end{aligned} \left\{ \begin{array}{l} j = 1, \dots, n \\ k = \text{barra del fallo} \end{array} \right.$$

Los elementos Z_{jk} se denominan impedancias de transferencia y corresponden a los elementos fuera de la diagonal de la matriz Z_{Bus}

Si el voltaje de prefalla de la barra (j) no es V_F (que podria corresponder a un voltaje plano ($1\angle 0^\circ$)), entonces se reemplaza V_F por el valor real de secuencia positiva del voltaje de prefalla en esa barra. (Condiciones de prefallo obtenidas al correr el flujo de carga del sistema antes de ocurrir la falla)

Cálculo del voltaje en la barra (k)

$$\begin{aligned} V_{ka}^0 &= 0 - Z_{kk}^0 \cdot i_{Fa}^0 \\ V_{ka}^1 &= V_F - Z_{kk}^1 \cdot i_{Fa}^1 \\ V_{ka}^2 &= 0 - Z_{kk}^2 \cdot i_{Fa}^2 \end{aligned}$$

Los elementos Z_{kk} se denominan impedancias de th evenin y corresponden a los elementos de la diagonal de la matriz Z_{Bus}

En el c culo de los elementos de la matriz Z_{Bus} , generalmente se determinan los elementos de la columna correspondiente al nodo de fallo, así por ejemplo si el nodo en estudio es k, se determina el elemento Z_{kk} y los elementos Z_{kj} , con $j = 1, \dots, n$, que corresponde a la columna k de la matriz Z_{Bus} .

Como los sistemas eléctricos de la vida real generalmente son de gran tamaño, se aplican técnicas matemáticas para solo determinar los elementos de la matriz Z_{Bus} requeridos en el c culo.

Representación del transformador para la conformación de la matriz Z_{bus}

La red de secuencia positiva y negativa se representa por una impedancia serie. La red de secuencia cero está influenciada por el tipo de conexión, como se describió anteriormente. Como ejemplo se toma el transformador con conexión $(\Delta - Y)$. Existen ciertas aplicaciones como es el caso del análisis de contingencias donde se requiere retirar el transformador, por tal razón en el modelo se incorpora un nuevo nodo (p), de tal manera que el transformador pueda ser ingresado y/o retirado.

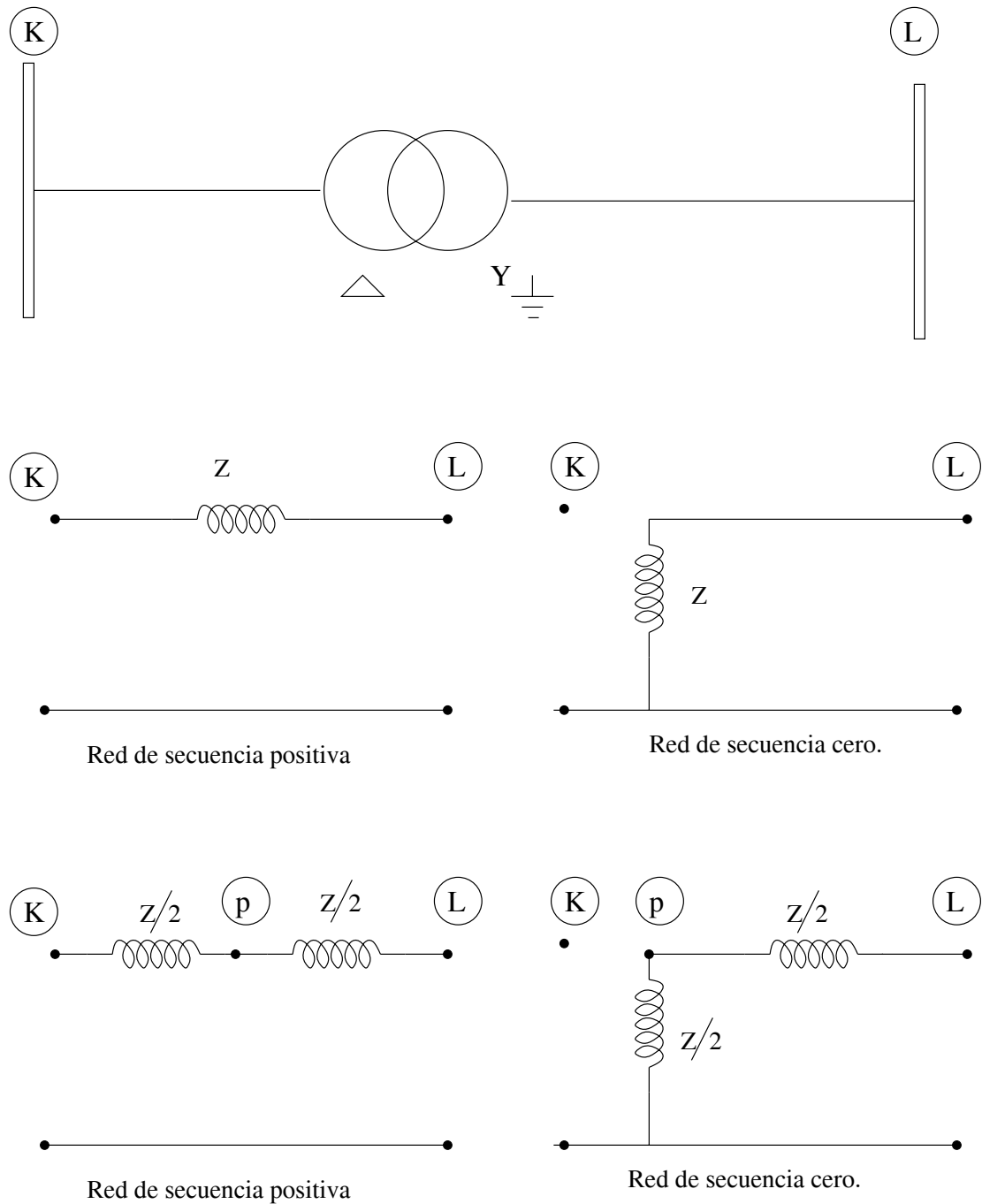


Figura 8.34: Representacion del transformador

Tratamiento de un circuito abierto para ser representado en la matriz Z_{bus}

En un sistema con transformadores $\Delta - Y$, se requiere una atención especial en los circuitos abiertos que se encuentran en la red de secuencia cero cuando se usan las aplicaciones computacionales del algoritmo de construcción de Z_{bus} . Considere por ejemplo el transformador $(Y - \Delta)$ que está solidamente aterrizado y conectado entre las barras K y L de la figura anterior.

Las conexiones a la barra K de las redes de secuencia positiva y negativa pueden ser retiradas fácilmente, al aplicar el algoritmo de construcción de las matrices Z_{bus}^1 y Z_{bus}^2 en la manera usual (esto es, al añadir el negativo de la impedancia de dispersión Z entre las barras K y L en las redes de secuencia positiva y negativa). Sin embargo, no se aplica una estrategia similar a la matriz de secuencia cero Z_{bus}^0 , ya que en este caso no existe conexión entre K y L.

Añadir(-Z) entre las barras K y L no se elimina la conexión de secuencia cero. Con el fin de tener procedimientos similares para todas las redes de secuencia, se puede usar la estrategia de incluir un nodo interno P, como se muestra en la figura 8.34.

Al conectar $(-Z/2)$ entre las barras L y p en cada uno de los circuitos de secuencia se elimina la conexión del transformador en la barra L.

Los circuitos abiertos se pueden representar en el algoritmo por medio de ramas con impedancias arbitrariamente grandes (por ejemplo 10^6 por unidad).

Representación de las fallas

Z_F representa la impedancia de falla. Esta impedancia aparece en los modelos de los fallos monofásicos, bifásicos y trifásicos. Su cálculo de efectúa utilizando información de fallos presentados en las redes eléctricas. Para esto se utilizan técnicas estadísticas.

Si el en cálculo del corto se considera un $Z_F = 0$ se denominado fallo salido.

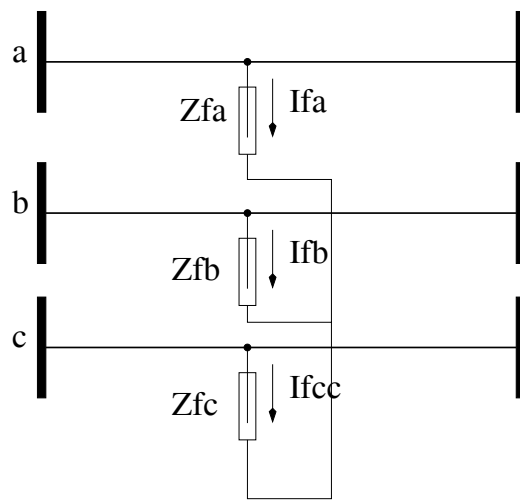
Cuando se usa un $Z_F = 0$ se calcula el máximo valor de corriente y por tanto son los valores más conservadores. Sin embargo Z_F tiene rara vez valor de cero.

La impedancia de fallo Z_F depende de una serie de parámetros entre los que se destacan: la resistencia del arco producido durante el corto circuito, resistencia de la torre, de la tierra en la que esta instalada la torre (la resistencia de la tierra seca es de 10 a 100 veces la de un terreno cenagoso). Como el valor del Z_F esta influenciado por el tipo de tierra y ya que las redes eléctricas están construidas sobre diferentes tipos de terreno, en cada uno de los sistemas de energía tendrá que calcularse la impedancia de fallo.

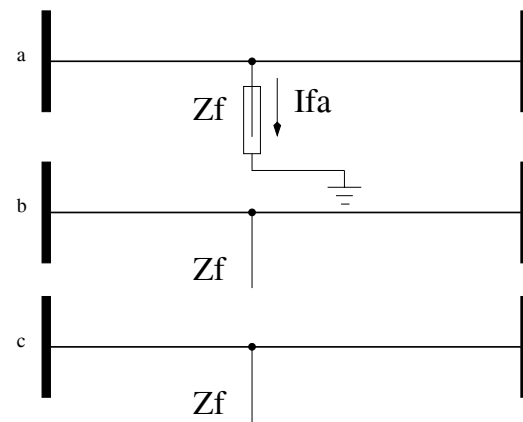
El cálculo del corto de mayor uso es el trifásico, en este solamente fluyen corrientes de secuencia positiva. El modelo incluye la impedancia de fallo y equivalente de Thévenin del sistema (secuencia positiva).

El cálculo de la corriente de falla trifásica en el nodo k es como sigue: $I_{Fa}^1 = \frac{V_F}{Z_{kk}^1 + Z_F}$

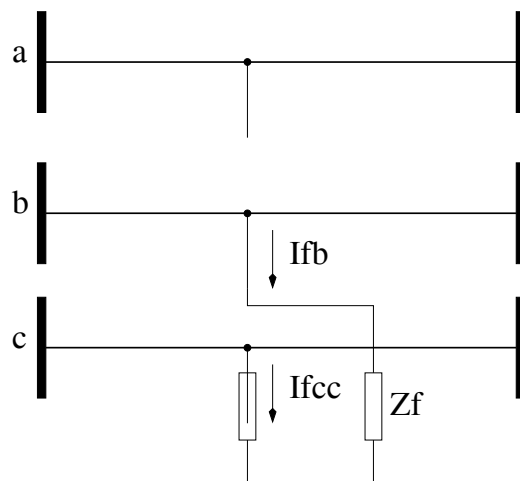
Representación de los diversos tipos de fallos



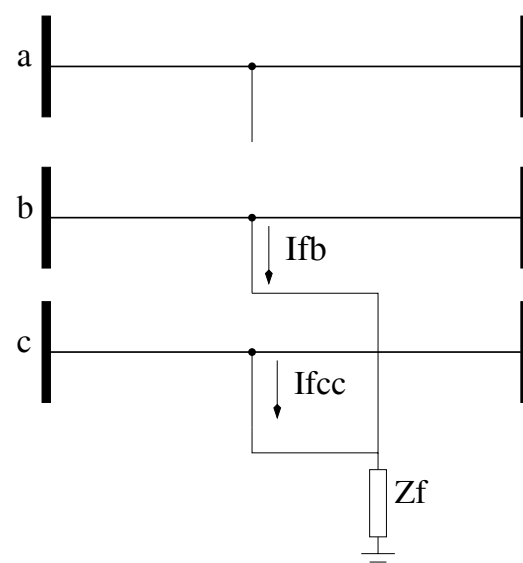
Falla trifásica



Falla monofásica a tierra



Falla Línea - línea



Falla Línea - Línea - Tierra

Figura 8.35: Tipos de fallos

8.9.2 Falla monofásica (Línea - Tierra)

Es el tipo de falla más común, originado por las descargas atmosféricas o por los conductores al hacer contacto con las estructuras aterrizadas, o con la tierra misma.

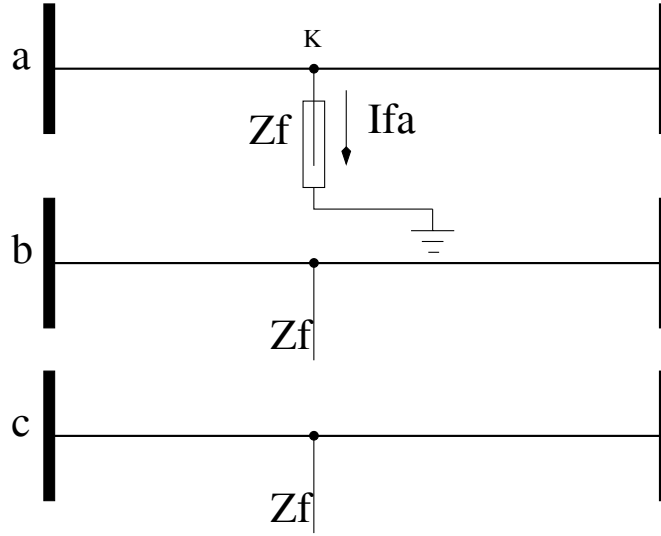


Figura 8.36: Falla en la fase a

Representación de la falla en la fase a :

Cualquiera de las fases se podría designar como la fase de fallo.

Condiciones del punto de fallo: Se plantean las ecuaciones de corriente y de voltaje de acuerdo a las características del fallo, así para este tipo de fallo solo por una de las fases circula la corriente de fallo y se plantea así: $i_{Fb} = 0$; $i_{Fc} = 0$; $V_{ka} = Z_F \cdot i_{Fa}$

Conversión de las corrientes de componentes (a,b,c) a componentes simétricas.

$$\begin{bmatrix} i_{Fa}^0 \\ i_{Fa}^1 \\ i_{Fa}^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Fa} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Al realizar las operaciones se obtiene:

$$i_{Fa}^0 = i_{Fa}^1 = i_{Fa}^2 = \frac{i_{Fa}}{3}$$

De la ecuación anterior se tiene que: $I_{Fa} = 3i_{Fa}^0$

De la segunda condición obtenida en el punto del fallo se tiene que: $V_{ka} = Z_F i_{Fa}$

Se obtiene la siguiente ecuación en componentes de secuencia (0,1,2) :

$$V_{ka}^0 + V_{ka}^1 + V_{ka}^2 = 3Z_F \cdot i_{Fa}^0$$

Donde: $V_{ka}^{0,1,2}$ (Voltajes vistos en cada una de las redes de secuencia en el punto de fallo)

Con base en los circuitos equivalentes de las redes de secuencia en el punto de fallo y las ecuaciones anteriores deducidas para el fallo Línea-tierra se obtiene el circuito equivalente.

Ecuaciones para cada circuito equivalente:

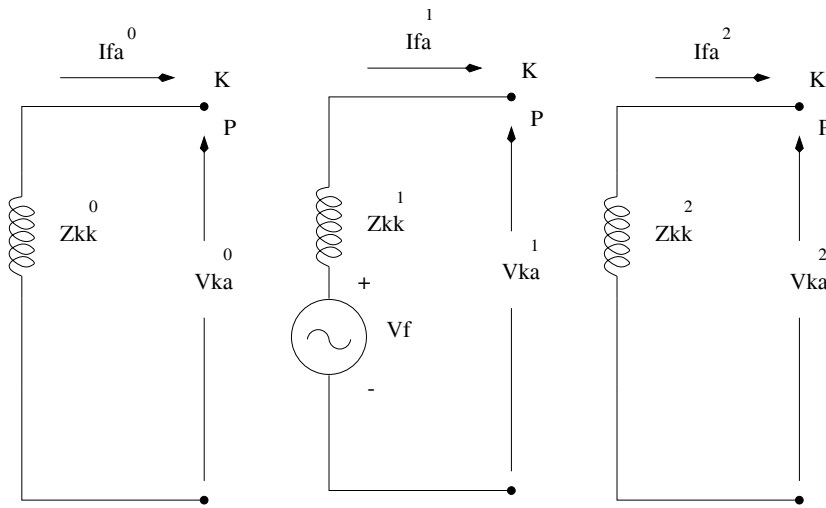


Figura 8.37: Redes de secuencia

$$V_{ka}^0 = -Z_{kk}^0 i_{Fa}^0; \quad V_{ka}^1 = V_F - Z_{kk}^1 i_{Fa}^1; \quad V_{ka}^2 = -Z_{kk}^2 i_{Fa}^2$$

Reemplazando las ecuaciones anteriores en la ecuación obtenida con las condiciones de frontera se tiene:

$$-Z_{kk}^0 i_{Fa}^0 + V_F - Z_{kk}^1 i_{Fa}^1 - Z_{kk}^2 i_{Fa}^2 = 3Z_F i_{Fa}^0$$

$$V_F = (Z_{kk}^0 + Z_{kk}^1 + Z_{kk}^2 + 3Z_F) i_{Fa}^0$$

La corriente de fallo de secuencia cero es calculada como: $i_{Fa}^0 = \frac{V_F}{(Z_{kk}^0 + Z_{kk}^1 + Z_{kk}^2 + 3Z_F)}$

Representación gráfica del fallo Línea-tierra

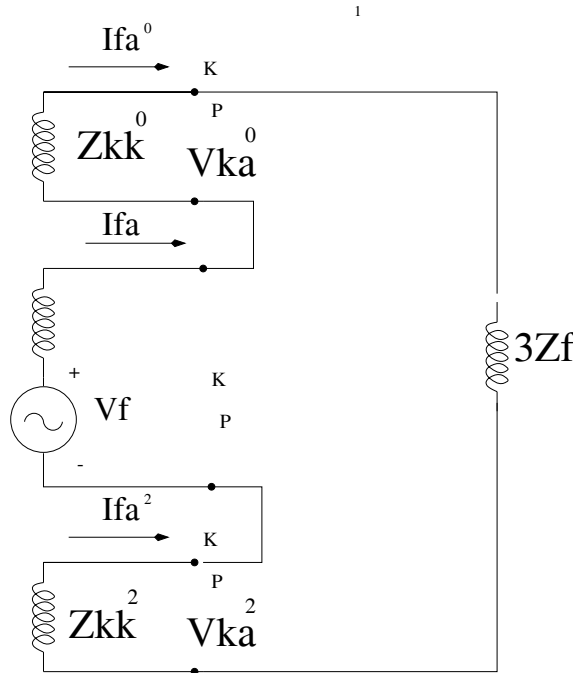


Figura 8.38: circuito equivalente para el fallo linea a tierra

8.9.3 Falla Línea a Línea o falla bifásica

Representación de una falla entre Líneas a través de una impedancia Z_F .

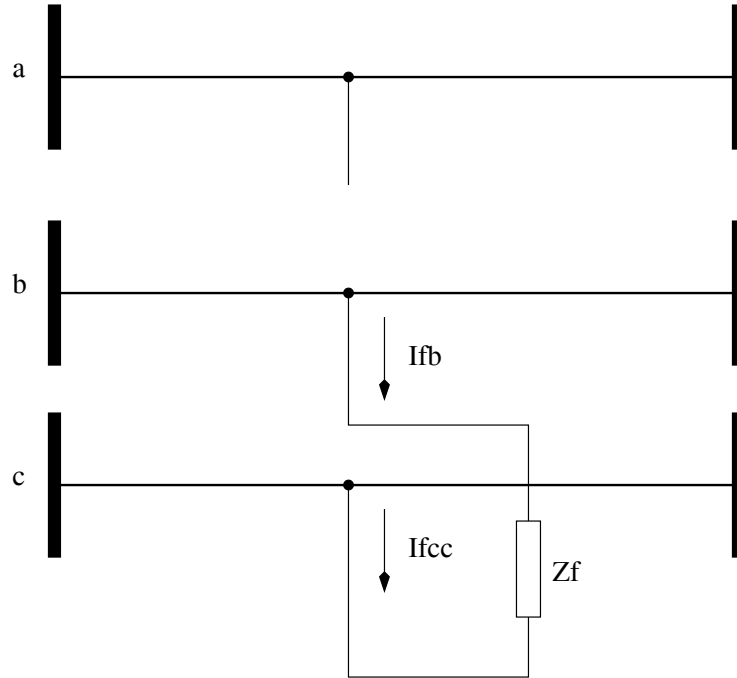


Figura 8.39:Falla bifásica

La barra (k) es el punto de fallo p.

Relaciones que se satisfacen en el punto de fallo.

$$i_{Fa} = 0$$

$$i_{Fb} = -i_{Fc}$$

$$V_{kb} - V_{kc} = i_{Fb}Z_F$$

De las condiciones de fallo: $i_{Fa} = 0$; $i_{Fb} = -i_{Fc}$ en componentes (a,b,c) se convierten a componentes (0,1,2) así:

$$\begin{bmatrix} i_{Fa}^0 \\ i_{Fa}^1 \\ i_{Fa}^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ i_{Fb} \\ -i_{Fb} \end{bmatrix}$$

Al resolver las ecuaciones se obtiene: $i_{Fa}^0 = 0$ y $i_{Fa}^1 = -i_{Fa}^2$

Se observa entonces que el voltaje a través de la red de secuencia cero es cero, y por lo tanto no se incluye esta red.

De la segunda condición: $V_{kb} - V_{kc} = i_{Fb}Z_F$ en componentes (a,b,c) se transforma a componentes (0,1,2) de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} \text{El término de la derecha: } V_{kb} - V_{kc} &= (V_{kb}^1 + V_{kb}^2) - (V_{kc}^1 + V_{kc}^2) \\ &= (V_{kb}^1 - V_{kc}^1) + (V_{kb}^2 - V_{kc}^2) \\ &= (a^2 - a)V_{ka}^1 + (a - a^2)V_{ka}^2 \\ &= (a^2 - a)(V_{ka}^1 - V_{ka}^2) \end{aligned}$$

El término de la izquierda: $i_{Fb}Z_F = (i_{Fb}^1 + i_{Fb}^2)Z_F = (a^2i_{Fa}^1 + ai_{Fa}^2)Z_F$

De ecuación anterior se tiene que: $i_{Fa}^2 = -i_{Fa}^1$

Igualando los dos términos anteriores: $(a^2 - a)(V_{ka}^1 - V_{ka}^2) = (a^2 - a)i_{Fa}^1 Z_F$

Se obtiene entonces que: $V_{ka}^1 - V_{ka}^2 = i_{Fa}^1 Z_F$

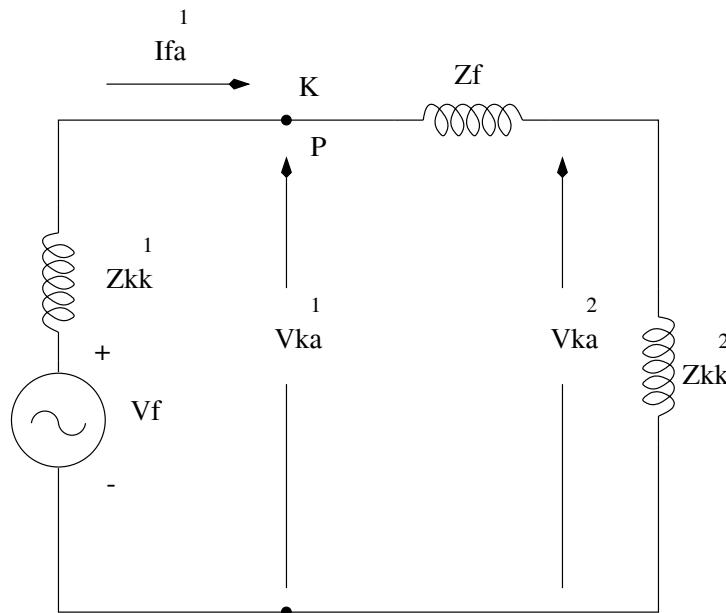


Figura 8.40: Representación gráfica del fallo Línea a Línea.

Del circuito anterior se obtiene: $i_{Fa}^1 = i_{Fa}^2 = \frac{V_F}{Z_{kk}^1 + Z_{kk}^2 + Z_F}$

8.9.4 Falla Línea - Línea a tierra o falla bifásica a tierra

La conexión de esta falla se muestra en la figura:

Condiciones del circuito: $i_{Fa} = 0$; $V_{kb} = V_{kc} = (i_{Fb} + i_{Fc})Z_F$

Transformación de las corrientes de componentes (a,b,c) a componentes (0,1,2)

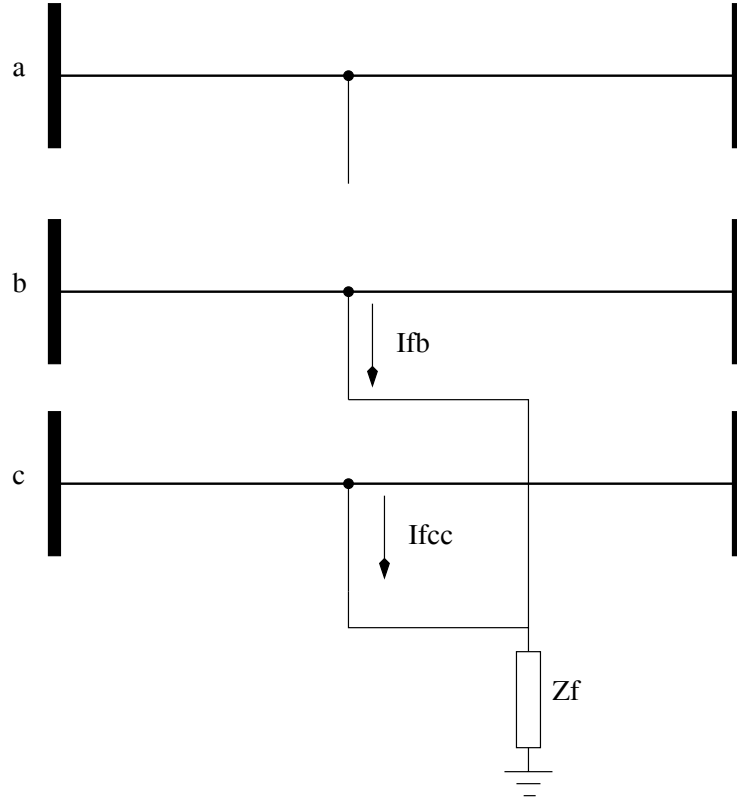


Figura 8.41: Fallo bifásico línea - línea a tierra.

$$\begin{bmatrix} i_{Fa}^0 \\ i_{Fa}^1 \\ i_{Fa}^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ i_{Fb} \\ i_{Fc} \end{bmatrix}$$

Para la corriente de secuencia cero se obtiene: $i_{Fa}^0 = \frac{(i_{Fb} + i_{Fc})}{3} \Rightarrow 3i_{Fa}^0 = (i_{Fb} + i_{Fc})$

Al sustituir V_{kc} por V_{kb}

$$\begin{bmatrix} V_{ka}^0 \\ V_{ka}^1 \\ V_{ka}^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{ka} \\ V_{kb} \\ V_{kb} \end{bmatrix}$$

$$V_{ka}^1 = \frac{V_{ka} + aV_{kb} + a^2V_{kb}}{3}$$

$$V_{ka}^2 = \frac{V_{ka} + a^2V_{kb} + aV_{kb}}{3}$$

De las ecuaciones anteriores se concluye que: $V_{ka}^1 = V_{ka}^2$

El voltaje de secuencia cero es: $V_{ka}^0 = \frac{V_{ka} + 2V_{kb}}{3} \Rightarrow 3V_{ka}^0 = V_{ka} + 2V_{kb}$

De las ecuaciones anteriores se determinan los voltajes de secuencia:

$$3V_{ka}^0 = V_{ka}^0 + V_{ka}^1 + V_{ka}^2 + 2(3Z_F * i_{Fa}^0)$$

$$2V_{ka}^0 = 2V_{ka}^1 + 2(3Z_F * i_{Fa}^0)$$

$$V_{ka}^1 = V_{ka}^0 - (3Z_F * i_{Fa}^0)$$

$$V_{ka}^1 = V_{ka}^2$$

La ecuación de corriente que determina la forma de conexión de las redes de secuencia se plantea así:

$$i_{Fa} = i_{Fa}^0 + i_{Fa}^1 + i_{Fa}^2 = 0$$

Por lo tanto se concluye que los tres equivalentes de redes de secuencia (0,1,2) se conectan en paralelo tal como se presenta a continuación:

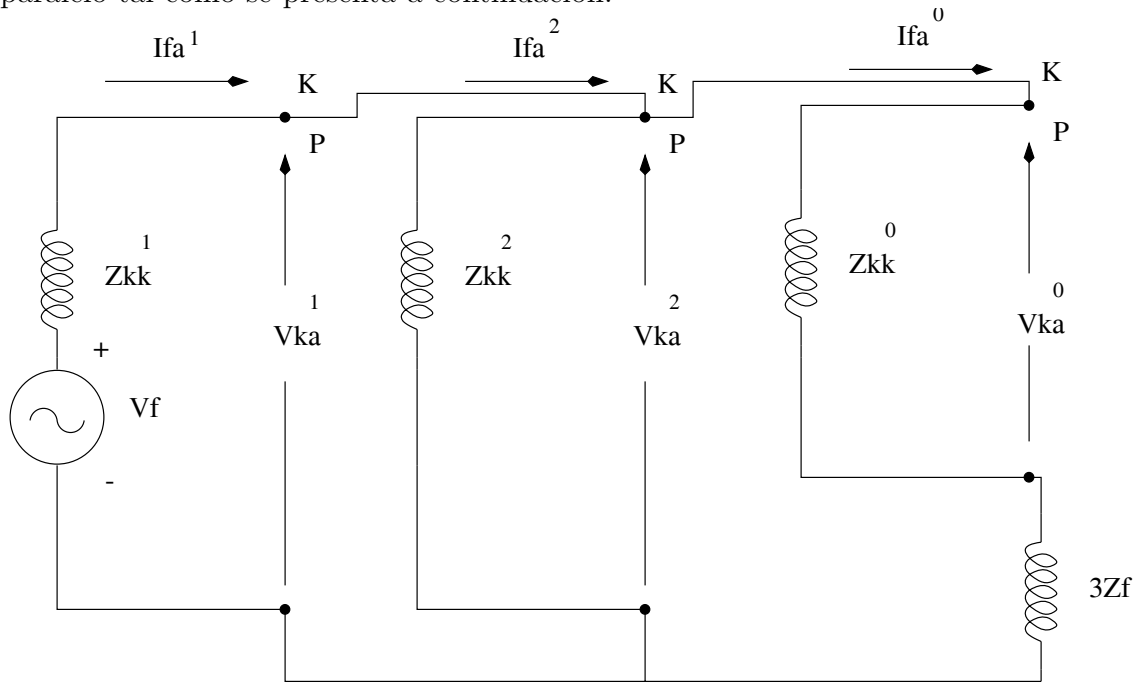


Figura 8.42: Representación del fallo línea - línea a tierra.

Al resolver el circuito anterior se obtienen las tres corrientes de fallo en componentes (0,1,2):

$$i_{Fa}^1 = \frac{V_F}{Z_{kk}^1 + \left[\frac{Z_{kk}^2 (Z_{kk}^0 + 3Z_F)}{Z_{kk}^2 + Z_{kk}^0 + 3Z_F} \right]}$$

$$i_{Fa}^2 = -i_{Fa}^1 \left[\frac{Z_{kk}^0 + 3Z_F}{Z_{kk}^2 + Z_{kk}^0 + 3Z_F} \right]$$

$$i_{Fa}^0 = -i_{Fa}^1 \left[\frac{Z_{kk}^2}{Z_{kk}^2 + Z_{kk}^0 + 3Z_F} \right]$$

8.9.5 Falla Línea - Línea - Línea a tierra o fallo trifásico a tierra

Representación gráfica de este tipo de fallo

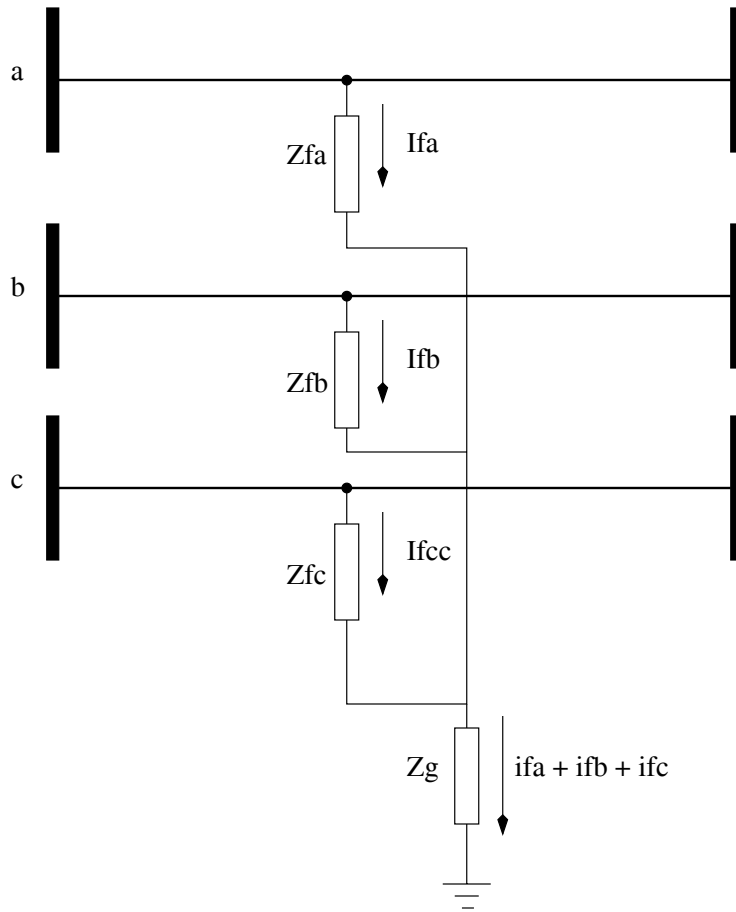


Figura 8.43: Representación del fallo trifásico a tierra.

Planteamiento de las condiciones de frontera en el punto de fallo.

Ecuaciones de voltaje nodal en componentes (a,b,c)

$$\begin{bmatrix} V_{ka} \\ V_{kb} \\ V_{kc} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_F + Z_g & Z_g & Z_g \\ Z_g & Z_F + Z_g & Z_g \\ Z_g & Z_g & Z_F + Z_g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Fa} \\ i_{Fb} \\ i_{Fc} \end{bmatrix}$$

Conversión de los voltajes anteriores a componentes simétricas (0,1,2)

$$\begin{bmatrix} V_{ka}^0 \\ V_{ka}^1 \\ V_{ka}^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_F + Z_g & Z_g & Z_g \\ Z_g & Z_F + Z_g & Z_g \\ Z_g & Z_g & Z_F + Z_g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Fa}^0 \\ i_{Fb}^1 \\ i_{Fc}^2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} V_{ka}^0 \\ V_{ka}^1 \\ V_{ka}^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \left\{ \begin{bmatrix} Z_F & 0 & 0 \\ 0 & Z_F & 0 \\ 0 & 0 & Z_F \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} Z_g & Z_g & Z_g \\ Z_g & Z_g & Z_g \\ Z_g & Z_g & Z_g \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{Fa}^0 \\ i_{Fb}^1 \\ i_{Fc}^2 \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_F & 0 & 0 \\ 0 & Z_F & 0 \\ 0 & 0 & Z_F \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_F & 0 & 0 \\ 0 & Z_F & 0 \\ 0 & 0 & Z_F \end{bmatrix}$$

$$\frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Z_g & Z_g & Z_g \\ Z_g & Z_g & Z_g \\ Z_g & Z_g & Z_g \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3Z_g & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Las ecuaciones de voltaje en componentes simétricas son:

$$V_{ka}^0 = (3Z_g + Z_F) i_{Fa}^0$$

$$V_{ka}^1 = Z_F \cdot i_{Fa}^1$$

$$V_{ka}^2 = Z_F \cdot i_{Fa}^2$$

El circuito equivalente para este tipo de fallo es deducido de las ecuaciones anteriores y es el siguiente:

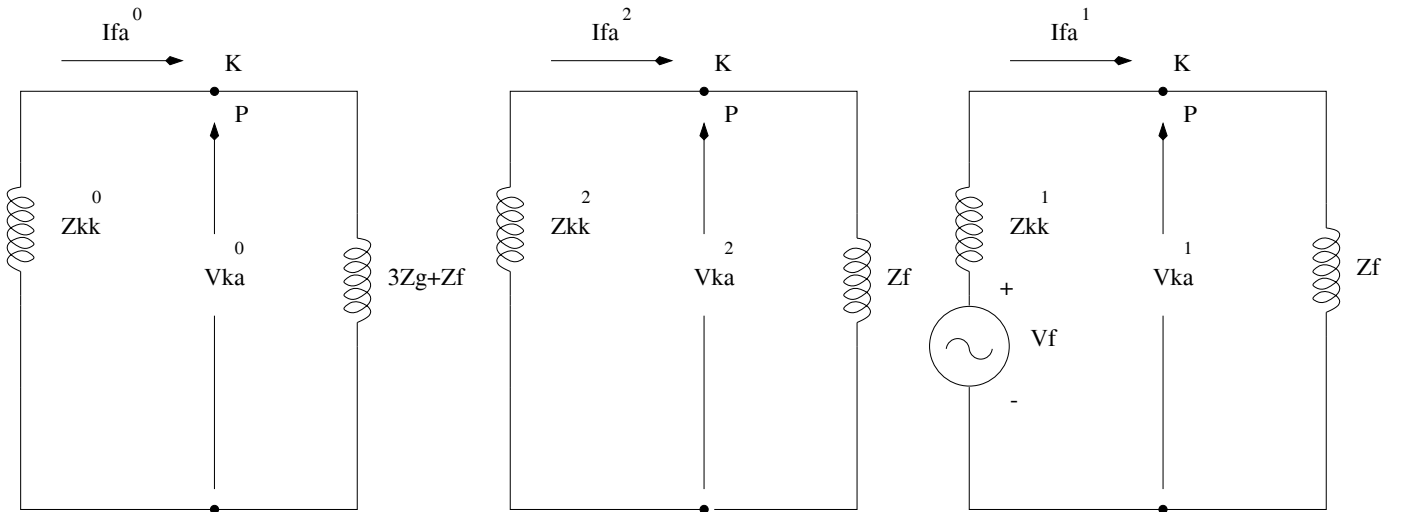


Figura 8.44: Circuito equivalente del fallo trifásico a tierra.

8.9.6 Ejemplo de corto circuito

Dado el sistema mostrado en la figura 8.45, calcular la corriente de corto circuito de una falla Línea - Tierra y una falla línea -línea en el nodo (2).



Figura 8.45: Ejercicio.

Datos del sistema

- Generadores

Generadores G_1 y G_2 con iguales características

Capacidad: 100 MVA

Voltaje nominal: 20 kv

Reactancia subtransitoria: $X'' = X_1 = X_2 = 0,20$

Reactancia de secuencia cero: $X_0 = 0.04$

- Transformadores

Transformador(T_1): 100 MVA

Relación de transformación 20/345 KV

Reactancia de dispersión: $X = 0.08$

Transformador(T_2): 100 MVA

Relación de transformación 345/20 KV

Reactancia de dispersión: $X = 0.08$

- Línea

Reactancia de secuencia positiva: $X_1 = 0.15$

Reactancia de secuencia cero: $X_0 = 0.50$

Se asumen voltajes nodales $1\angle 0^\circ$, quiere decir, que en el momento anterior a la falla no existe flujo de corriente por los elementos.

Conocida la información del sistema se efectúa la representación de cada red de secuencia en un diagrama unifilar, con base en estos se conforman las matrices de impedancia nodal.

Representación gráfica de la red de secuencia positiva

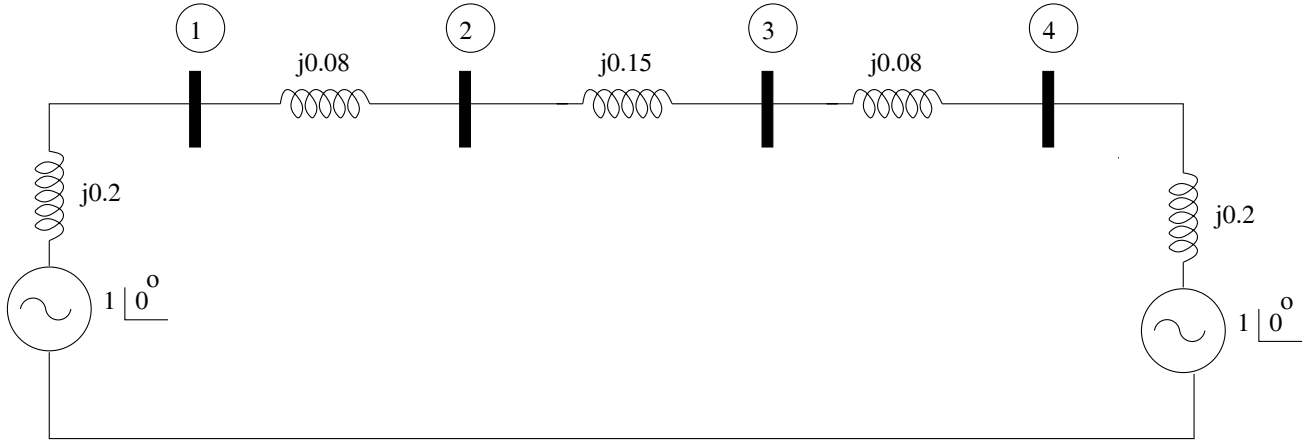


Figura 8.46: Secuencia positiva.

Conformación de la matriz Z_{bus} para la red de secuencia positiva

$$Z_{bus}^1 = \begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & J0.1437 & J0.1211 & J0.0789 & J0.0563 \\ 2 & J0.1211 & J0.1696 & J0.1104 & J0.0789 \\ 3 & J0.0789 & J0.1104 & J0.1696 & J0.1211 \\ 4 & J0.0563 & J0.0789 & J0.1211 & J0.1437 \end{array}$$

Representación gráfica de la red de secuencia cero

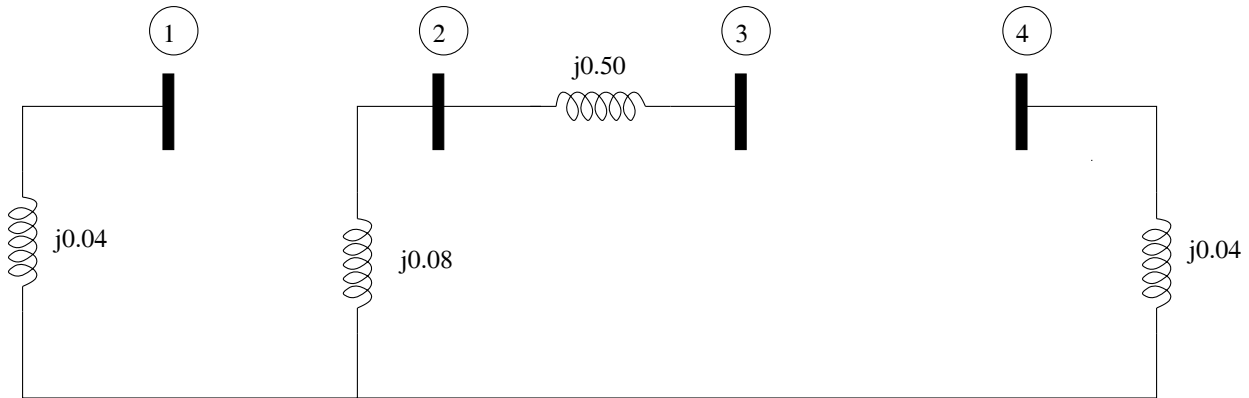


Figura 8.47: Secuencia cero.

Conformación de la matriz Z_{bus} para la red de secuencia cero

$$Z_{bus} = \begin{array}{c|cccc} & 1 & 2 & 3 & 4 \\ \hline 1 & J0.04 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & J0.08 & J0.08 & 0 \\ 3 & 0 & J0.08 & J0.58 & 0 \\ 4 & 0 & 0 & 0 & J0.04 \end{array}$$

Falla línea-tierra en el nodo (2)

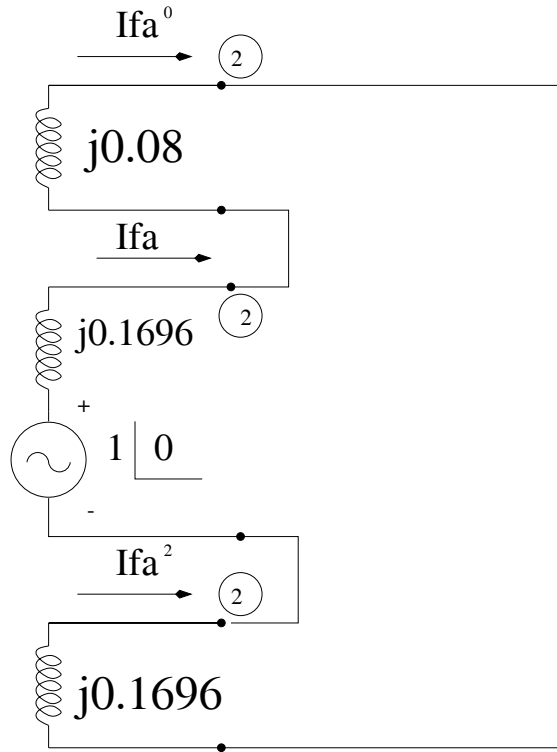


Figura 8.48: Conexión de las redes de secuencia falla línea-tierra.

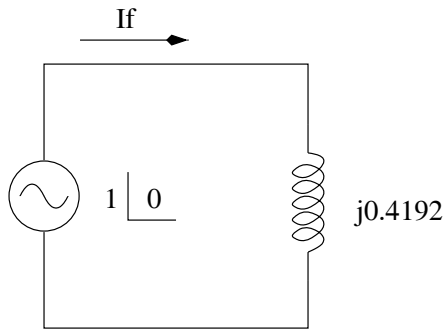


Figura 8.49: Circuito simplificado.

Al resolver el circuito anterior se determina la corriente de falla en componentes de secuencia (0,1,2) así:

$$i_0 = i_1 = i_2 = \frac{1 \angle 0^\circ}{j(0.1696 + 0.1696 + 0.08)} = \frac{1 \angle 0^\circ}{j0.4192} \Rightarrow i_0 = -j2,385$$

De ecuaciones anteriores para el fallo línea-tierra se dedujo que: $i_{Fa}^0 = i_{Fa}^1 = i_{Fa}^2 = \frac{i_{Fa}}{3}$

Por lo tanto se tiene que: $i_{Fa} = 3i_{Fa}^0 = 3(-j2,385) = -j7,155$ p.u.

La corriente de falla es 7.155 veces la nominal de los generadores, esto puede traer serias consecuencias al sistema si no se despeja rapidamente.

La corriente base es: $\frac{100.000}{\sqrt{3} \cdot 345} = 167,35 \text{ Amp.}$

La corriente de fallo en amperios es: $i_{Fa} = -j7,155(167,35) = 1197 \angle 270^\circ A$

Voltaje en el nodo (4)

$$V_{4a}^0 = -Z_{42}^0 i_{Fa}^0 = -(j0)(-j2.385) = 0$$

$$V_{4a}^1 = V_F - Z_{42}^1 i_{Fa}^1 = 1 \angle 0^\circ - (j0.0789)(-j2.385)$$

$$V_{4a}^2 = -Z_{42}^2 i_{Fa}^2 = -(j0.0789)(-j2,385)$$

$$V_{4a}^0 = 0 \text{ p.u.}$$

$$V_{4a}^1 = 0.8118 \text{ p.u.}$$

$$V_{4a}^2 = -0.1881 \text{ p.u.}$$

Expresada en componentes (a,b,c) se tiene:

$$\begin{bmatrix} V_{4a} \\ V_{4b} \\ V_{4c} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 \\ 0.8118 \\ -0.1881 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.6237 \\ 0.8118 \angle 240^\circ & - & 0.1881 \angle 120^\circ \\ 0.8118 \angle 120^\circ & - & 0.1881 \angle 240^\circ \end{bmatrix}$$

Falla Línea - Línea en el nodo (2)

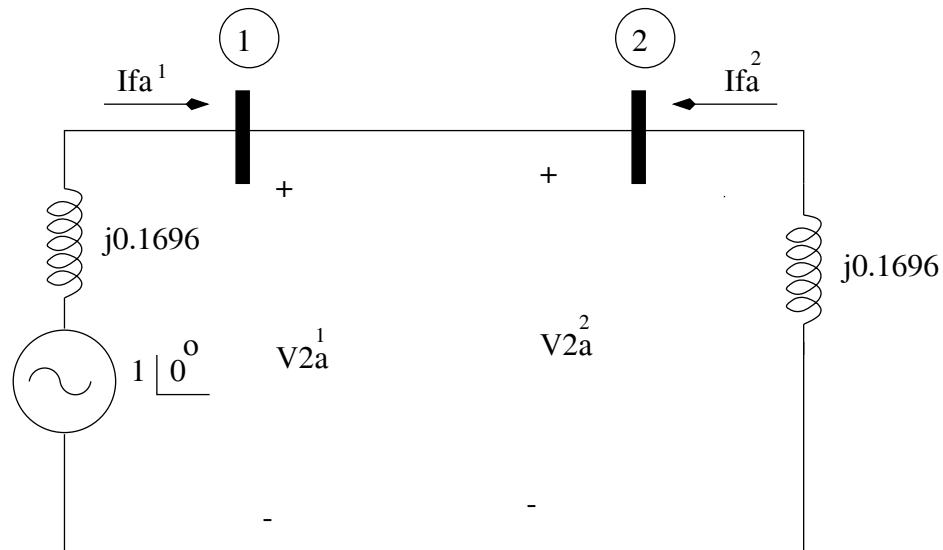


Figura 8.50: Conexión de las redes de secuencia para la falla línea-línea.

$$V_{2a}^0 = 0$$

$$V_{2a}^1 = V_{2a}^2$$

$$i_{Fa}^1 = 1\angle 0^\circ / [2(J0.1696)] = 1\angle 0^\circ / [J0.3392] = -J2.9481$$

$$V_{2a}^1 = 1 - Z_{22}i_{Fa}^1 = 1 - (J0.1696)(-J2.9481) \Rightarrow V_{2a}^1 = V_{2a}^2 = 0.5$$

El voltaje del nodo (2) en componentes (a,b,c) es:

$$V_{2a} = V_{2a}^0 + V_{2a}^1 + V_{2a}^2 = 1\angle 0^\circ \text{ p.u.}$$

$$V_{2b} = V_{2a}^0 + a^2V_{2a}^1 + aV_{2a}^2 = 0 + a^20.5 + a0.5 = 0.5\angle 180^\circ \text{ p.u.}$$

$$V_{2c} = V_{2a}^0 + a^2V_{2a}^1 + aV_{2a}^2 = 0 + a0.5 + a^20.5 = 0.5\angle 180^\circ \text{ p.u.}$$

El voltaje entre líneas en el nodo (2) es:

$$V_{2,ab} = V_{2a} - V_{2b} = (1 + J0) - (-0.5 + J0) = 1.5\angle 0^\circ$$

$$V_{2,bc} = V_{2b} - V_{2c} = (-0.5 + J0) - (-0.5 + J0) = 0$$

$$V_{2,ca} = V_{2c} - V_{2a} = (-0.5 + J0) - (1.0 + J0) = 1,5\angle 180^\circ$$

Multiplicando los voltajes por el valor base se tiene:

$$V_{2,ab} = (1,5\angle 0^\circ) \frac{345}{\sqrt{3}} = 299\angle 0^\circ \text{ Kv}$$

$$V_{2,bc} = 0$$

$$V_{2,ca} = (1,5\angle 180^\circ) \frac{345}{\sqrt{3}} = 299\angle 180^\circ \text{ KV}$$

Voltaje en el nodo (4)

$$V_{4a}^0 = -Z_{42}i_{Fa}^0 = 0$$

$$V_{4a}^1 = V_F - Z_{42}^1 i_{Fa}^1 = 1\angle 0^\circ - (J0.0789)(-J2.9481) = 0.7674$$

$$V_{4a}^2 = -Z_{42}^2 i_{Fa}^2 = -(J0.0789)(J2.9481) = 0,2326$$

El voltaje en el nodo (2) en componentes (a,b,c) es:

$$V_{4a} = V_{4a}^0 + V_{4a}^1 + V_{4a}^2 = 0 + 0.7674 + 0,2326 = 1\angle 0^\circ$$

$$V_{4b} = V_{4a}^0 + a^2V_{4a}^1 + aV_{4a}^2 = 0 + 0.7674\angle 240^\circ + 0,2326\angle 120^\circ = 0,667\angle -136^\circ$$

$$V_{4c} = V_{4a}^0 + aV_{4a}^1 + a^2V_{4a}^2 = 0 + 0.7674\angle 120^\circ + 0,2326\angle 240^\circ = 0.681\angle 137^\circ$$

8.9.7 Fallas por conductores abiertos

Cuando se abre una fase de un circuito trifásico balanceado se crea un desbalance y fluyen corrientes asimétricas, presentando el sistema una situación anormal de operación.

La situación de desbalance tiene su origen cuando, por ejemplo por mala operación de interruptores dos fases no conectan , o que una fase no conecte y las otras dos si efectuen la operación. La otra situación que puede presentarse es el rompimiento de una o dos de las fases sin que exista contacto entre estas y cualquier otra superficie.

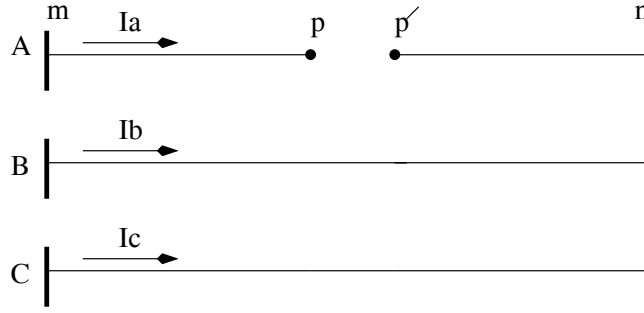


Figura 8.51: Representación de fallo debido a un conductor abierto.

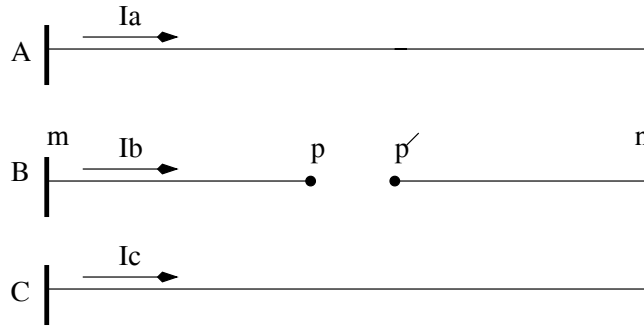


Figura 8.52: Representación de fallo debido a dos conductores abiertos.

En la figura anterior se ilustra una sección de un circuito trifásico en el que las corrientes de línea en las fases respectivas son I_a , I_b e I_c con las direcciones positivas desde la barra (m) a la (n). En la primera figura, la fase a está abierta entre los puntos p y p' , mientras en la segunda las fases b y c están abiertas entre los mismos dos puntos.

El procedimiento que se sigue para simular la apertura de una o dos de las fases se explica a seguir.

Para efectuar este análisis es necesario determinar las condiciones de falla de conductor abierto, para lograrlo se abren primero las tres fases entre los puntos p y p' y se aplican cortocircuitos en las fases que se muestran cerradas en la figura. El desarrollo que se da a continuación, sigue este razonamiento.

Es lo mismo abrir las tres fases que quitar la línea (m) - (n) para después añadir las impedancias de las barras (m) y (n) en los puntos p y p' . Si la línea (m) - (n) tiene las impedancias de secuencia Z_0 , Z_1 y Z_2 se puede simular la apertura de las tres fases al añadir entre las barras (m) y (n), las impedancias negativas $-Z_0$, $-Z_1$ y $-Z_2$ en los equivalentes de Thévenin correspondientes de las tres redes de secuencia del sistema original. Para ejemplificar esto, considere la figura que muestra la conexión de $-Z_1$ al equivalente de Thévenin de secuencia positiva entre las barras (m) y (n). Las impedancias mostradas son los elementos $Z_{mm}^{(1)}$, $Z_{nn}^{(1)}$ y $Z_{mn}^{(1)} = Z_{nm}^{(1)}$ de la matriz de impedancias de barra de secuencia positiva $Z_{bus}^{(1)}$, del sistema original, y $Z_{th,mn}^{(1)} = Z_{mn}^{(1)} + Z_{nm}^{(1)} - 2Z_{mn}^{(1)}$ es la impedancia de Thévenin correspondiente entre

las barras (m) y (n). Los voltajes V_m y V_n son los normales (de secuencia positiva) de la fase a en las barras (m) y (n) antes de que ocurra la falla del conductor abierto. Se añaden las impedancias de secuencia positiva kZ_1 y $(1-k)Z_1$, donde $0 \leq k \leq 1$, para representar las fracciones de la línea rota (m) - (n), desde la barra (m) al punto p y desde la barra (n) al punto p' , respectivamente. Para usar una notación conveniente, sea el voltaje $V_a^{(1)}$ la componente de secuencia positiva de la fase a de las caídas de voltaje, $V_{pp',a}$, $V_{pp',b}$ y $V_{pp',c}$ desde p a p' en los conductores de fase. Se verá pronto que $V_a^{(1)}$ y las correspondientes componentes de secuencia negativa y cero $V_a^{(2)}$ y $V_a^{(0)}$, toman valores diferentes, que dependen de cual de las fallas de conductor abierto se esté considerando.

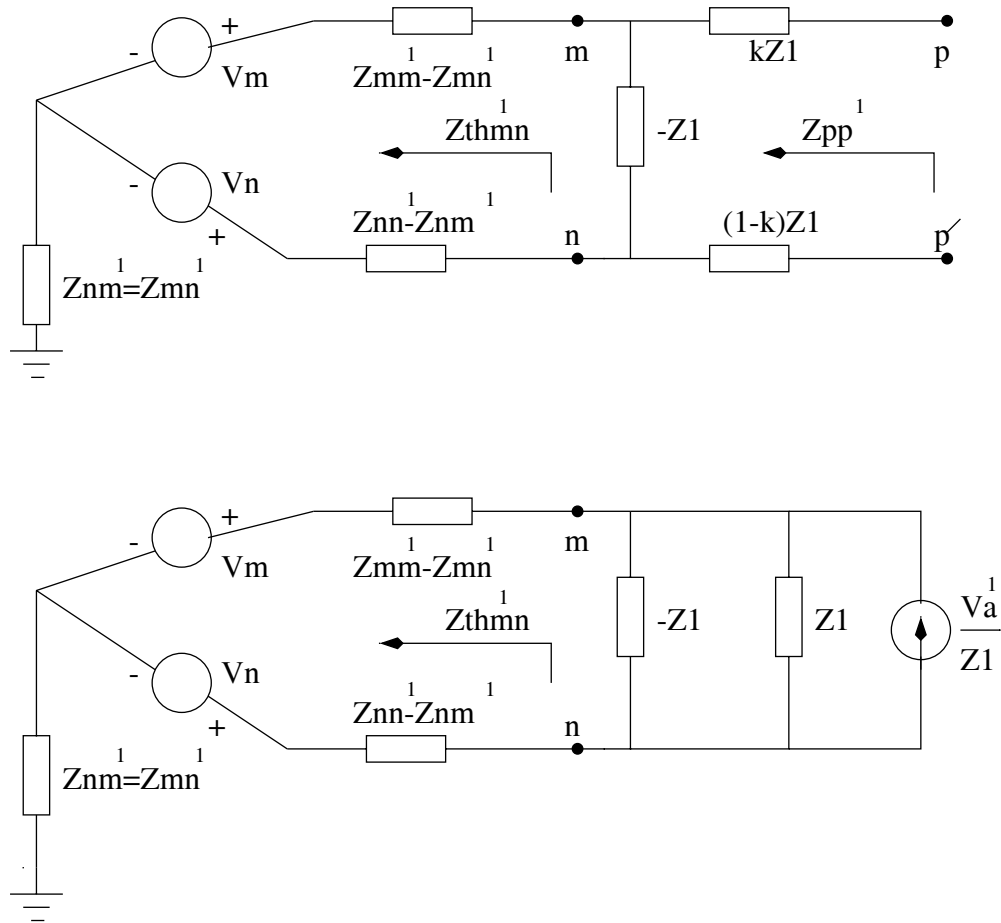


Figura 8.53: Representación la falla debido a la apertura de fases (red de secuencia positiva).

Se pueden reemplazar por medio de la transformación de fuentes de caída de voltaje $V_a^{(1)}$ en serie con la impedancia $[kZ_1 + (1-k)Z_1]$, por la corriente $V_a^{(1)}/Z_1$ en paralelo con la impedancia Z_1 , como se muestra en la figura. En esta última figura se puede cancelar la combinación paralelo de $-Z_1$ y Z_1

Los voltajes V_m y V_n son los normales de la fase a en las barras (m) y (n) antes de que ocurra la falla de conductor abierto.

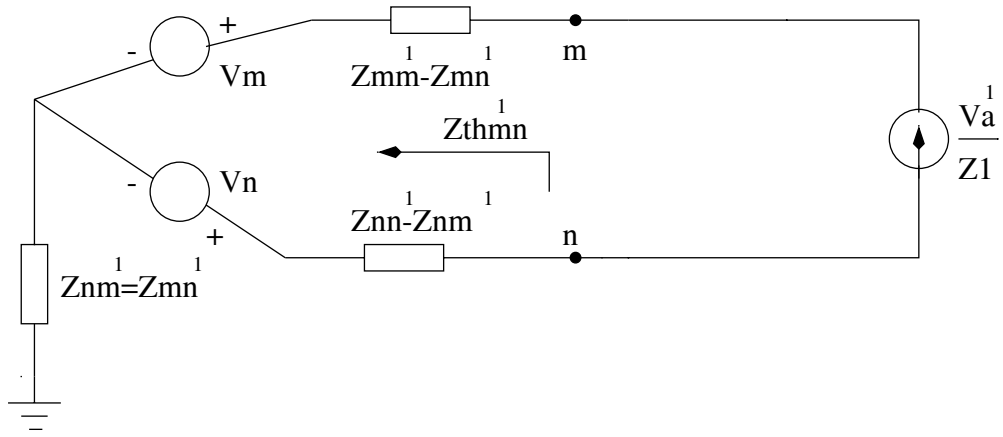


Figura 8.54: Representación simplificada de la falla.

Secuencia negativa y cero

Las consideraciones anteriores para la red de secuencia positiva se aplican directamente a las redes de secuencia negativa y cero, pero se debe recordar que estas últimas no contienen fuentes internas propias. Al dibujar los circuitos equivalentes de secuencia negativa y cero, se sobreentiende que el origen de las corrientes $V_a^{(2)}/Z_2$ y $V_a^{(0)}/Z_0$ [al igual que la corriente $V_a^{(1)}/Z_1$] es la falla de conductor abierto en el sistema entre los puntos p y p'. Los voltajes $V_a^{(1)}$, $V_a^{(2)}$ y $V_a^{(0)}$ son cero y las fuentes de corriente desaparecen si no hay un conductor abierto. Resulta evidente de las figuras que cada una de las corrientes de secuencia $V_a^{(0)}/Z_0$, $V_a^{(1)}/Z_1$ y $V_a^{(2)}/Z_2$ se pueden considerar como un par de inyecciones de corriente en las barras (m) y (n) de la red de secuencia.

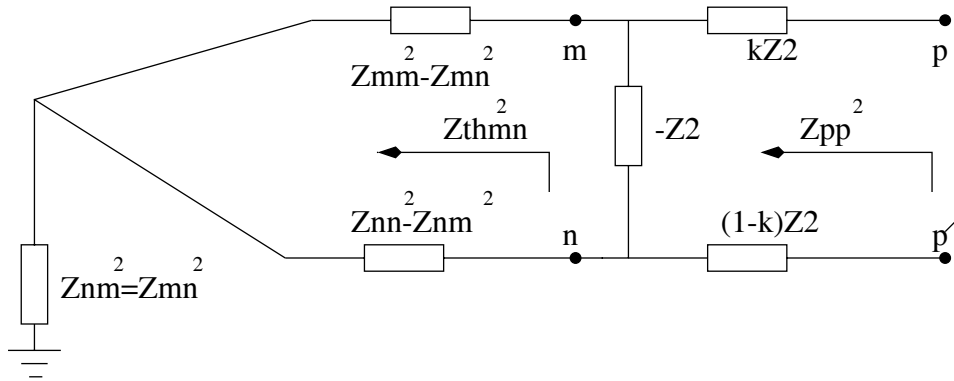


Figura 8.55: Red de secuencia negativa.

Del sistema original, se pueden usar las matrices de impedancias de barra Z_{bus}^0 , Z_{bus}^1 y Z_{bus}^2 de la configuración normal del sistema para determinar los cambios de voltaje debido a la falta de conductor abierto.

En primer lugar se deben encontrar las expresiones para las componentes simétricas V_a^0 , V_a^1 y V_a^2 de las caídas de voltaje a través de los puntos de fallo p y p'. Estos voltajes originan conjuntos de inyecciones de corriente en las redes de secuencia de la configuración normal, tal como se observa en las configuraciones anteriores.

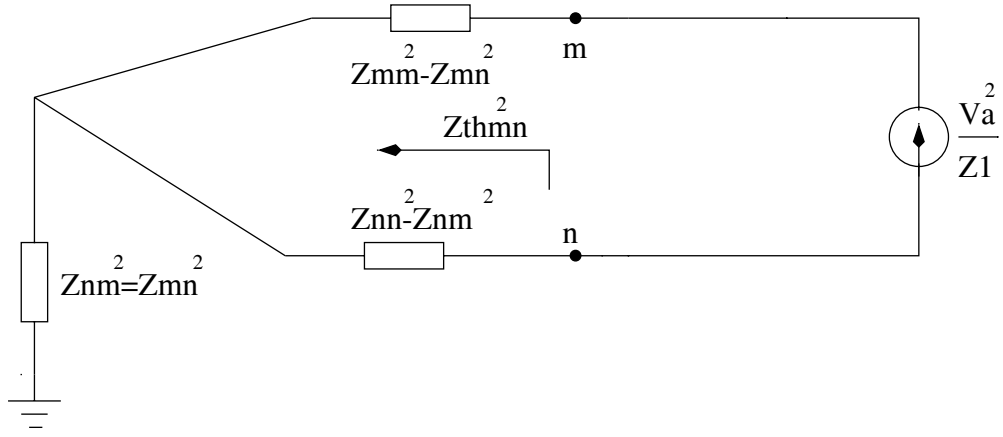


Figura 8.56: Red simplificada de secuencia negativa.

	<i>secuencia positiva</i>	<i>secuencia negativa</i>	<i>secuencia cero</i>
En la barra (m)	V_a^1/Z_1	V_a^2/Z_2	V_a^0/Z_0
En la barra (n)	$-V_a^1/Z_1$	$-V_a^2/Z_2$	$-V_a^0/Z_0$

Al multiplicar las matrices de impedancia de Barra por los vectores de corriente se obtienen los cambios en las componentes simétricas del voltaje de la fase a de cada barra (i).

$$\text{Secuencia cero: } \Delta V_i^0 = \frac{Z_{im}^0 - Z_{in}^0}{Z_0} V_a^0$$

$$\text{Secuencia positiva: } \Delta V_i^1 = \frac{Z_{im}^1 - Z_{in}^1}{Z_1} V_a^1$$

$$\text{Secuencia negativa: } \Delta V_i^2 = \frac{Z_{im}^2 - Z_{in}^2}{Z_2} V_a^2$$

Antes de desarrollar las ecuaciones para el voltaje en cada tipo de falla de conductor abierto, se desarrollan las expresiones para las impedancias equivalentes de thévenin de las redes de secuencia vistas desde los puntos de falla p y p'.

$$Z_{pp'}^1 = K Z_1 + \frac{Z_{th,mn}^1 (-Z_1)}{Z_{th,mn}^1 - Z_1} + (1 - K) Z_1 = \frac{-Z_1^2}{Z_{th,mn}^1 - Z_1}$$

Voltaje de circuito abierto de p a p', se obtiene por la división de voltajes:

$$V_{pp'} = \frac{-Z_1}{Z_{th}^1 - Z_1} (V_m - V_n)$$

$$V_{pp'} = \frac{Z_{pp'}^1}{Z_1} (V_m - V_n)$$

Antes de que se abra cualquiera de los conductores, la corriente I_{mn} en la fase a de la Línea (m)- (n) es de secuencia positiva y está dada por:

$$I_{mn} = \frac{V_m - V_n}{Z_1}$$

Al sustituir esta expresión de I_{mn} en la ecuación

$$V_{pp'} = \frac{Z_{pp'}^1}{Z_1}(V_m - V_n) = Z_{pp'}^1 I_{mn}$$

Analogamente, el equivalente de secuencia negativa y cero es:

$$Z_{pp'}^2 = \frac{-Z_2^2}{Z_{th,mn}^2 - Z_2}$$

$$Z_{pp'}^0 = \frac{-Z_0^2}{Z_{th,mn}^0 - Z_0}$$

Modelos equivalentes para las tres redes de secuencia positiva , negativa y cero

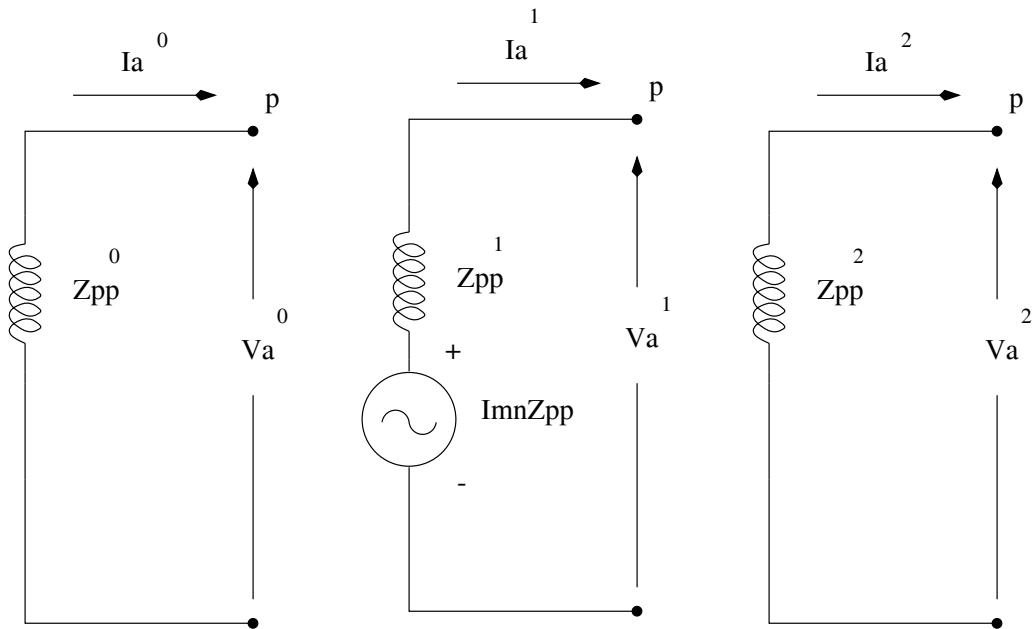


Figura 8.57: Modelo equivalente para las tres redes de secuencia.

Falla debido a un conductor abierto

Fase a abierta $\Rightarrow i_a = 0$

Expresada en componentes simétricas: $i_a^0 + i_a^1 + i_a^2 = 0$

Las corrientes descritas anteriormente son las componentes simétricas de la corriente de línea i_a desde p a p'.

Las fases b y c están cerradas, entonces: $V_{pp'}b = 0$, $V_{pp'}c = 0$

Al descomponer las caídas de voltaje serie a través del punto de falla en sus componentes simétricas, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} V_a^0 \\ V_a^1 \\ V_a^2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} V_{pp'} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} V_{pp'}, a \\ V_{pp'}, a \\ V_{pp'}, a \end{bmatrix}$$

Esto es: $V_a^0 = V_a^1 = V_a^2 = \frac{V_{pp'}, a}{3}$

Se satisface las ecuaciones:

$$I_a^0 + I_a^1 + I_a^2 = 0$$

$$V_a^0 = V_a^1 = V_a^2$$

Si se conectan en paralelo los equivalentes de Thévenin de las redes de secuencia en los puntos p y p'.

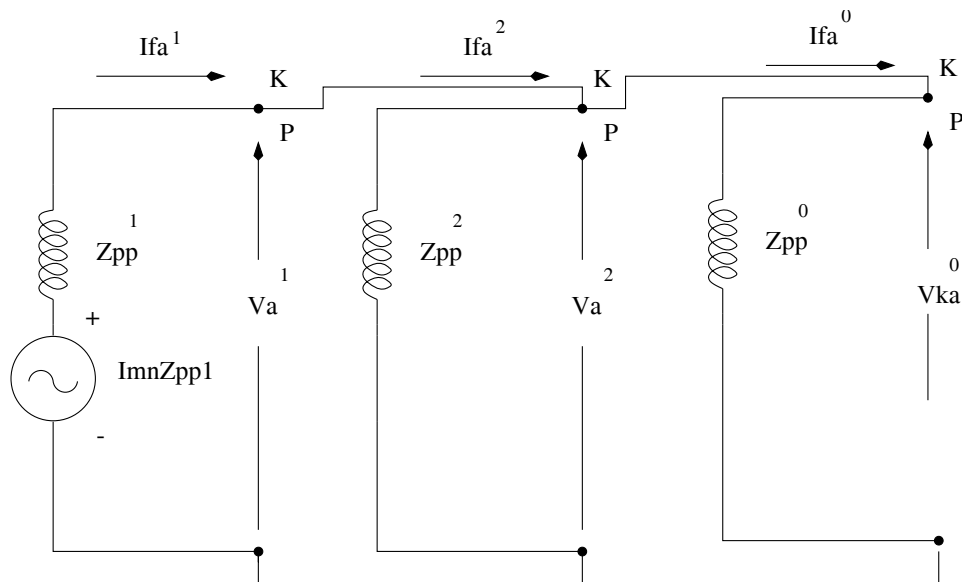


Figura 8.58: Modelo equivalente.

Al resolver el circuito anterior, se obtienen los voltajes V_a^0 , V_a^1 y V_a^2 .

$$V_a^0 = V_a^1 = V_a^2 = I_{mn} \frac{Z_{pp'}^0 Z_{pp'}^1 Z_{pp'}^2}{Z_{pp'}^0 Z_{pp'}^1 + Z_{pp'}^1 Z_{pp'}^2 + Z_{pp'}^2 Z_{pp'}^0}$$

Las corrientes que circulan en las redes de secuencia son:

$$i_a^0 = \frac{V_a^0}{Z_0}; \quad i_a^1 = \frac{V_a^1}{Z_1}; \quad i_a^2 = \frac{V_a^2}{Z_2}$$

Falla debido a dos conductores abiertos

Condiciones establecidas

$$V_{pp'}, a = V_a^0 + V_a^1 + V_a^2 = 0$$

$$I_b = 0$$

$$I_c = 0$$

Al descomponer las corrientes en sus componentes simétricas se obtiene:

$$I_a^0 = I_a^1 = I_a^2 = \frac{I_a}{3}$$

Las ecuaciones planteadas se satisfacen al conectar en serie el equivalente de Thévenin de las redes de secuencia, entre los puntos p y p'

$$I_a^0 = I_a^2 = I_a^1 = I_{mn} \frac{Z_{pp'}^1}{(Z_{pp'}^0 + Z_{pp'}^1 + Z_{pp'}^2)}$$

I_{mn} : Corriente de prefalla en la fase a la de la línea (m) - (n) antes de abrir los circuitos en las fases b y c.

$$V_a^1 = I_a^1 (Z_{pp'}^2 + Z_{pp'}^0) = I_{mn} \frac{Z_{pp'}^1 (Z_{pp'}^2 + Z_{pp'}^0)}{(Z_{pp'}^1 + Z_{pp'}^2 + Z_{pp'}^0)}$$

$$V_a^2 = -I_a^2 Z_{pp'}^2 = I_{mn} \frac{-Z_{pp'}^1 \cdot Z_{pp'}^2}{(Z_{pp'}^1 + Z_{pp'}^2 + Z_{pp'}^0)}$$

$$V_a^0 = -I_a^0 Z_{pp'}^0 = I_{mn} \frac{-Z_{pp'}^1 \cdot Z_{pp'}^0}{(Z_{pp'}^1 + Z_{pp'}^2 + Z_{pp'}^0)}$$

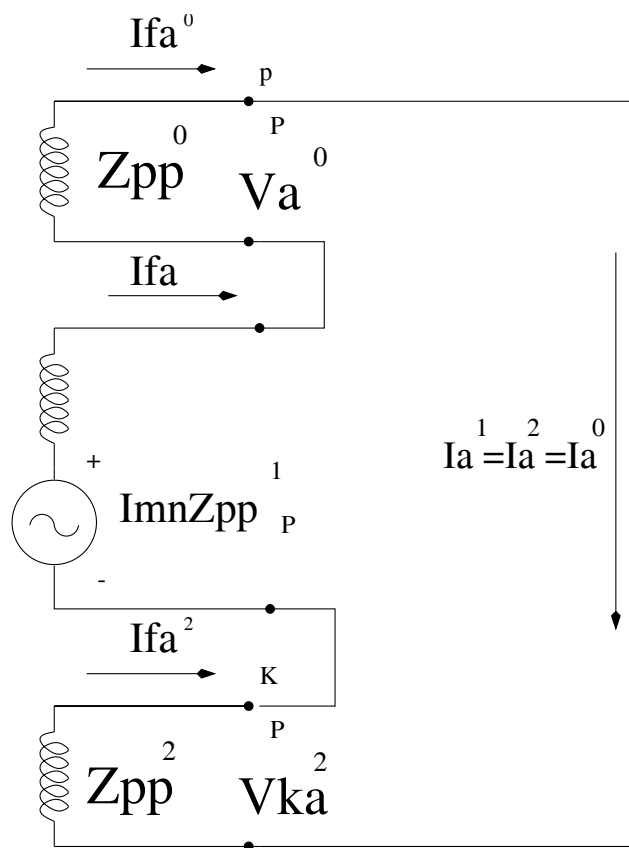


Figura 8.59: Modelo equivalente.